

Agata Ludwa, Iwona Bzdęga, Joanna Heller

# Ulubiona matematyka



## MATEMATYKA

Poradnik dla nauczycieli  
klas IV - VIII



**Agata Ludwa, Iwona Bzdęga, Joanna Heller**

# **Ulubiona matematyka**

**Poradnik dla nauczycieli  
klas IV - VIII**

*Autorki:*  
Agata Ludwa  
Iwona Bzdęga  
Joanna Heller

*Recenzent:*  
dr Katarzyna Wójcik

*Skład i łamanie:*  
Piotr Gorzelańczyk

*Korekta:*  
Witold Ostrowski

*Wydawca:*  
Fundacja Ekologiczna Wychowanie i Sztuka „Elementarz”



*Elementarz*

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

**ISBN 978-83-86566-68-6**

Katowice 2023

# Spis treści

## Część I – Agata Ludwa

Zamiast wstępu .....	5
1. Personalizacja, czyli indywidualizacja dla każdego .....	6
2. Lekcja odwrócona, czyli jak sprowokować pytania i wykorzystać zasoby internetu? .....	15
3. Dyskusja na lekcji matematyki .....	19
3.1. Ile widzimy kwadratów? .....	20
3.2. Jaka jest najkrótsza droga mrówki między najbardziej oddalonymi wierzchołkami sześcianu? .....	26
4. Ocenianie kształtujące na lekcji matematyki .....	31
5. Gry na lekcjach matematyki i w bibliotece .....	37
6. Motywacja. Teoria nastawień i „NOT YET” Carol Dweck .....	39
7. Na zakończenie .....	41
Bibliografia .....	42

## CZĘŚĆ 2 – Iwona Bzdęga, Joanna Heller

1. Wprowadzenie .....	44
2. Propozycje zajęć. Scenariusze lekcji .....	47

**Agata Ludwa**

**CZĘŚĆ 1**

## Zamiast wstępu

„Matematyka jako ulubiony przedmiot w szkole” - w wypowiedziach wielu dorosłych pojawia się rzadko, a jeśli już się pojawia, to z natychmiastowym tłumaczeniem. Bo przecież trzeba się wytłumaczyć z takiej ekstrawagancji.

Częściej głos zabierają ci dorośli, którzy mówią „matematyka jest trudna”, „to czarna magia”, „nigdy nie lubiłem matematyki”, „w mojej rodzinie wszyscy mieli problemy z matematyką”, lub ostrzej „matematyka śni mi się nadal po nocach”, albo bez żenady „gdyby nie ściąganie na matematyce, nie skończyłbym szkoły”.

Taki jest typowy, obowiązujący dyskurs wśród dorosłych. A dzieci tego słuchają i, niestety, czasem powtarzają.

W tym wszystkim my, nauczyciele matematyki, staramy się jednak uczyć. Nauczyć. Przygotować do egzaminów. A czy staramy się, aby dzieci lubiły matematykę?

Ten poradnik jest próbą odpowiedzi na pytanie, jak uczyć nie tylko efektywnie, ale także z przyjemnością dla nauczyciela i ucznia. Stąd znajdziemy w poradniku fragmenty nie tylko o samej matematyce, ale także o różnych podejściach do edukacji, o motywacji i o towarzyszeniu uczniom w uczeniu się. To ważne dla tych dzieci, które nie potrzebują zachęty. Przede wszystkim jednak to ważne dla tych, którzy uczą się nie tak łatwo i szybko. Bo lubić matematykę mogą wszyscy.

Agata Ludwa

# 1. Personalizacja, czyli indywidualizacja dla każdego

Co to jest personalizacja? Najprościej rzecz ujmując to uczenie w taki sposób, aby umożliwić rozwój każdego dziecka. Nie ma więc tu miejsca na zadania, które już dziecka niczego nie uczą, ani na „gonienie” reszty klasy. Dziecko powinno się spotkać z zagadnieniami, które nieco przekraczają aktualną wiedzę i umiejętności. Innymi słowy, dziecko powinno funkcjonować w Strefie Najbliższego Rozwoju zgodnie z postulatem Lwa Wygotskiego.

To niełatwe zadanie. Oznacza, że nie będziemy pracować frontalnie, że przynajmniej przez część czasu uczniowie wybiorą poziom, na którym chcą pracować. Powinni mieć także możliwość pracy w swoim tempie. Przy tym wszystkim uczniowie powinni mieć możliwość interakcji z innymi dziećmi.

Na lekcjach matematyki – i nie tylko – powinniśmy indywidualizować przekaz, dobierać zadania w zależności od możliwości rozwojowych uczniów. Często mówi się w tym kontekście o indywidualizacji dla uczniów o najniższym i najwyższym poziomie zaawansowania. Na marginesie, chociaż to ważna uwaga: używam tutaj określeń dotyczących poziomu wiedzy i umiejętności, zamiast pisać o uczniach słabych i zdolnych. Dlaczego? Po pierwsze, zbyt często zdarza się szufladkowanie uczniów, co jest wysoce szkodliwe dla ich motywacji i rozwoju. Po drugie, obserwujemy uczniów, którzy świetnie radzą sobie na niektórych lekcjach, gorzej na innych. Przyczyn może być wiele, choćby wkład pracy, ogólna dyspozycja ucznia, chęć lub niechęć np. do geometrii. Wolę podchodzić do każdego ucznia i do każdej lekcji na zasadzie: nie wiem, co dzisiaj pokażesz, jak będziesz pracować, co dziś umiesz. Może dziś umiesz więcej niż wczoraj, a może dziś będziesz się po prostu bardziej starał. Pewne zagadnienia wymagają zaawansowanych umiejętności, które trudno jest pozyskać z dnia na dzień i tu pewnie jako baczni obserwatorzy poczynań uczniów trafnie ocenimy ich umiejętności na podstawie poprzednich lekcji. Natomiast niektóre zadania, które możemy przedstawiać, wymagają pomysłu, inne powiązania wiadomości z poprzednich działów i tu uczniowie mogą nas czasami zaskoczyć. Nie spodziewajmy się zatem, że tzw. „słaby uczeń” będzie zawsze rozwiązywał najłatwiejsze zadania albo nawet i tego nie będzie umiał. Nasze nastawienie, język, którego używamy, a także to czego nie mówimy, są przez dzieci odczytywane i wpływają na ich motywację i dalsze sukcesy i porażki. Dajmy więc uczniom szansę każdego dnia i na każdej lekcji.

Prawdopodobnie wielu z nas uważa, że indywidualizacja, a tym bardziej personalizacja, wymaga wiele czasu i pracy dla nauczyciela. Tymczasem prowadzenie lekcji na różnych poziomach do osobistego wyboru przez ucznia jest - oczywiście po okresie początkowym, gdy uczymy się nowej metody - po-



dobnie czasochłonna, jak przygotowanie innych lekcji. Warto więc włożyć wysiłek w ten początkowy etap, aby później już w łatwy sposób korzystać choćby z metody lekcji rotacyjnej.

Lekcja na różnych poziomach zaawansowania (rotacyjna) opiera się na kilku zasadach:

- Grupy z zadaniami o różnym stopniu trudności, z tego samego zakresu
- Wybór grupy przez ucznia
- Zadania rozwiązują uczniowie
- Nauczyciel tylko wspomaga pracę
- Może być wykorzystane stanowisko komputerowe

W trakcie takiej lekcji zakładamy, że uczniowie sami zdecydują o poziomie wykonywanych zadań. Zazwyczaj tworzymy 3 poziomy trudności:

- Zadania łatwe
- Zadania średnie
- Zadania trudne

Lekcję możemy zorganizować w następujących etapach:

### 1. Przed lekcją – przygotowanie zestawów zadań

Poza merytorycznym przygotowaniem lekcji ważne jest przygotowanie organizacyjne. W klasach starszych możemy oprzeć się na podręczniku, bez dodatkowych wydruków. W klasach młodszych warto, przynajmniej na początku, korzystać z pociętych zadań.

Zwykle **dla dzieci z klas młodszych** dobrze jest zacząć lekcję rotacyjną od zadań spoza podręcznika. Zbyt wielka jest pokusa sprawdzania wyników w odpowiedziach na końcu książki. Ponadto wprowadzenie wydruków, pociętych zadań i możliwości chodzenia po klasie po zadania, są przez dzieci traktowane jako atrakcje. Wydrukowane i porozcinane zadania rozkładamy na trzech stolikach przy tablicy. Oznaczamy gwiazdkami poziom trudności, przy zadaniach kładziemy kartkę z jedną, dwoma lub trzema gwiazdkami.

★ – zadania łatwe

★★ – zadania średnie

★★★ – zadania trudne

W innych dwóch lub trzech miejscach klasy, np. na szafkach z tyłu klasy, na parapetach, kładziemy karty odpowiedzi do wszystkich trzech poziomów.

Dla uczniów starszych można poprowadzić lekcję wyłącznie z podręcznika, wskazując na początku lekcji, które zadania należą do łatwych, średnich i trudnych. Rolę karty odpowiedzi przejmują odpowiedzi na końcu podręcznika.

## **2. Autodiagnoza**

Najpierw z uczniami rozwiązujemy wspólnie jedno lub dwa zadania na poziomie średnim lub łatwym i średnim. Ten krok jest potrzebny po to, aby uczeń właściwie określił swój aktualny poziom zaawansowania.

Podobną wartość diagnozującą może mieć test do samodzielnej kontroli. Na podstawie tego testu uczniowie wybierają odpowiednie zadania.

W grupach, które już pracują tą metodą często uczniowie, bez dodatkowych testów czy zadań, potrafią określić poziom.

## **3. Podział na grupy zgodnie z deklaracjami uczniowskimi**

Gdy uczniowie zadeklarują wybór poziomu, nauczyciel dzieli uczniów na 2-4 osobowe grupy z jednakowym poziomem zadań. Oznacza to, że mamy po jednej lub więcej grup na poziomie zadań łatwych, średnich i trudnych.

Ten wybór ucznia na początku pracy nie musi obowiązywać na całych zajęciach. Uczeń samodzielnie lub z całą grupą może zmienić poziom rozwiązywanych zadań. W praktyce są to najczęściej przypadki sięgania po coraz trudniejsze zadania.

## **4. Praca w grupach, samokontrola poprawności**

Uczniowie pracują grupowo nad jednym zadaniem z zadań łatwych, średnich lub trudnych. Po rozwiązaniu sprawdzają wynik na karcie odpowiedzi dostępnej w klasie lub w podręczniku. Dopiero po sprawdzeniu zadania mogą sięgnąć po następne zadanie z tego samego lub innego poziomu.

Jeżeli wynik jest błędny, to w pierwszej kolejności szukają samodzielnego rozwiązania. Jeśli po pewnym czasie nie udaje się grupie rozwiązać zadania, to nauczyciel podaje wskazówkę. Uczniowie mogą też wycofać się do łatwiejszych przykładów.

Rolą nauczyciela jest jedynie wspomaganie uczniów, co najczęściej w praktyce oznacza jedynie obserwację ich pracy i czasem (rzadko lub wcale) dawanie wskazówek. Zdarza się, że trzeba pomóc przy najłatwiejszych zadaniach i wytłumaczyć jeden przykład lub tylko jego fragment.

## 5. Podsumowanie

Warto pod koniec lekcji wspólnie omówić jedno z zadań. Można tak ustawić zestawy, aby jedno z zadań (średnie) powtarzało się w każdej grupie.

Można także omówić postępy wspólnie lub w każdej z grup. W klasach starszych sprawdzają się limity zadań, np. należy rozwiązać przynajmniej 4 zadania, nawet jeśli zmienia się grupę. Warto oczekiwać notatek od każdego ucznia w grupie.

Przy podsumowaniu podkreślamy pozytywne aspekty lekcji, zaangażowanie i poprawne rozwiązania. Wskazujemy na zaobserwowane trudności (o ile wystąpiły), np. z zapisie lub konkretnych przekształceniach.

### Kilka uwag praktycznych

Uczniowie są na tyle zmotywowani przy tej metodzie pracy, że często nie ma potrzeby kontroli. Wystarczy towarzyszenie uczniom w pracy, uśmiech i przyjazna obecność. Uczniowie chcą sami uporać się z zadaniami i często odrzucają propozycję pomocy czy wyjaśnień.

Przy właściwym doborze zadań uczniowie pracują z wielkim zapałem. Ich zaangażowanie może być tak duże, że intensywna praca może uczniów zmęczyć. Z tego powodu metoda jest właściwa do zastosowania na jednej lekcji – nie dłużej.

Lekcja rotacyjna powinna mieć jedno przynajmniej polecenie do wykonania przy komputerze, najlepiej online. Może to być np. test, który pozwoli dzieciom na autodiagnozę na początku lekcji. Może to być po prostu jedno z zadań. Zamiast komputera można wykorzystać telefony i wskazać gotowy test/ zadanie. Ominięcie tego elementu i wykonanie wszystkich zadań papierowo moim zdaniem nie zmniejsza walorów lekcji rotacyjnej. Bo jej największym atutem jest praca każdego ucznia na swoim poziomie zaawansowania, w swoim tempie.

Jednym z przykładów zastosowań powyższej metody jest lekcja powtórzeniowa.

Poniżej przykładowa lekcja w klasie 4, która powtarza wiadomości z klasy 3 na temat jednostki objętości litr. Cały zestaw zadań z podręcznika (cz.3, cz. 4 kl. 3) dostępnego online znajduje się poniżej. Dalej zadania są podzielone na łatwe (★), średnie (★★) i trudne (★★★).



## Co to jest ćwierć litra?

1. Wojtek odmierza 1 litr wody. Natalka przelewa 1 litr soku do czterech takich samych szklanek. Czego będzie więcej: wody czy soku?

Gdy przeleję 1 litr soku po równo do czterech takich samych szklanek, to w każdej będzie ćwierć litra.



- Ile będzie razem litrów wody i soku?
- Ile ćwierćlitrowych szklanek można napełnić, przelewając pół litra soku?
- W ilu ćwierćlitrowych szklankach zmieści się półtora litra wody?
- Ile litrów soku będzie w dzbanku, gdy dzieci wleją do niego osiem ćwierćlitrowych szklanek soku? Ile, gdy wleją ich 12?

2. Na których tacach jest 1 litr płynu?

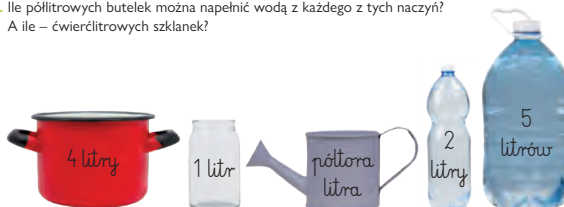


12 LICZBY, MIARY, CZAS

3. Patryk przełał 1 litr wody do czterech ćwierćlitrowych szklanek. Wodę z trzech szklanek przełał do litrowego dzbanka i dołał sok, tak że w dzbanku jest 1 litr napoju. Ile soku dołał do dzbanka?



4. Ile półlitrowych butelek można napełnić wodą z każdego z tych naczyń? A ile – ćwierćlitrowych szklanek?



5. Robert wlał do dzbanka ćwierć litra soku jabłkowego, ćwierć litra soku pomarańczowego i pół litra wody. Ile litrów napoju przygotował?



- Ile ćwierćlitrowych szklanek napelni Robert, jeśli wleje do nich swój napój?
- Patryk przygotowuje w większym dzbanku taki sam napój. Wlał już pół litra soku jabłkowego i pół litra soku pomarańczowego. Ile powinien dołać wody, aby uzyskać napój o takim samym smaku?

● 5

13

## „My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 3



## Jak odmierzać litry?

1. Jak Hoan może odmierzyć 3 litry wody?



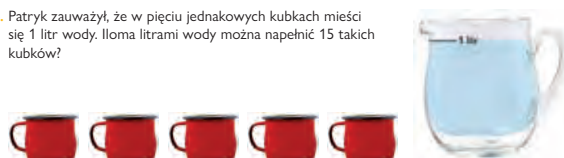
- Jak może odmierzyć 1 litr wody?
- Ile wody potrzebowałby Hoan, chcąc napełnić 3 takie garnki? Jakie mogłyby to być butelki? Zaproponujcie kilka rozwiązań.

2. Iwona przełała do dzbanka wodę z dwóch butelek i sok. Ile litrów napoju przygotowała?



- Po wypiciu połowy napoju Iwona dołała do dzbanka pół litra wody. Ile powinna dołać soku, aby otrzymać taki sam napój?
- Ile potrzebuje soku, a ile wody, aby przygotować 2 litry takiego samego napoju?

3. Ala przełała do dzbanka połowę wody z butelki, a potem jeszcze połowę wody pozostałej w butelce. W butelce zostało pół litra wody. Ile wody było w butelce na początku?



4. Patryk zauważył, że w pięciu jednakowych kubkach mieści się 1 litr wody. Ilości litrami wody można napełnić 15 takich kubków?

- Ile takich kubków można napełnić 9 litrami wody?

5. W dzbanku mieszczą się trzy litry napoju. Patryk obliczył, że przez dwa dni rodzina wypija 5 dzbanków napoju. Ile to litrów?

- Ile dzbanków napoju wypija rodzina Patryka przez cztery dni? Ile to litrów?
- W ilu takich dzbankach zmieści się 39 litrów napoju?

6. Celina kupiła dwie butelki soku po 3 zł. Ile litrów soku kupiła? Ile kosztuje litr tego soku?



- Celina zapłaciła banknotem i otrzymała resztę: siedem takich samych monet. Jakim banknotem zapłaciła? Jakie monety otrzymała?
- Duże opakowanie z butelkami tego samego soku kosztuje 36 zł. Ile butelek mieści się w opakowaniu?

16 PLANY, JEDNOSTKI, CZAS

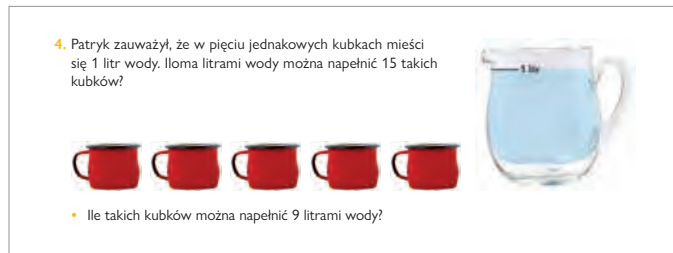
● 6

17

## „My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 4

Na początku zajęć nauczyciel przypomina pojęcie litra, pokazuje sześcian o krawędzi 10 cm, butelkę litrową, karton litrowy soku.

Razem z klasą nauczyciel rozwiązuje zadanie 4. i informuje, że jest to zadanie o średnim stopniu trudności.



„My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 4

Po wspólnym rozwiązaniu dzieci podejmują decyzję, na którym poziomie chcą pracować - zadań łatwych, średnich lub trudnych. Informujemy, że w każdej chwili można zmienić zadania na trudniejsze lub łatwiejsze. Dobrze jest powiedzieć, że zaczynamy z zadaniami o wybranej trudności. Często dzieci potrzebują takiej asekuracji, mówią: „zacznę od łatwych, może później zmienię zadania na trudniejsze”.

Dzielimy dzieci na dwójki, trójki, maksymalnie grupy czteroosobowe zgodnie z wybranym przez dzieci stopniem trudności zadań. W czasie lekcji może się zdarzyć, że pojedyncze dziecko zmieni grupę lub cała grupa zmieni poziom zadań.

Po rozwiązaniu jednego zadania grupa sprawdza wynik na karcie odpowiedzi. Jeżeli zadanie wykonane jest poprawnie, grupa pobiera kolejne zadanie z tego samego lub innego stopnia trudności. Jeżeli zadanie wykonane jest błędnie, dzieci samodzielnie dociekają, co się stało. W ostateczności proszą nauczyciela o wskazówkę.

Zadanie powinny być pocięte i położone w dostępnym miejscu, w trzech grupach, np. na trzech ławkach przy tablicy:

- zadania łatwe (★)
- zadania średnie (★★)
- zadania trudne (★★★)



1. Jak Hoan może odmierzyć 3 litry wody?



Hoan

Mam pusty dziesięcilitrowy garnek i trzy butelki pełne wody: pięcilitrową i dwie dwulitrowe.



- Jak może odmierzyć 1 litr wody?
- Ile wody potrzebowałby Hoan, chcąc napelnić 3 takie garnki? Jakie mogłyby to być butelki? Zaproponujcie kilka rozwiązań.

2. Iwona przelała do dzbanka wodę z dwóch butelek i sok. Ile litrów napoju przygotowała?



- Po wypiciu połowy napoju Iwona dołała do dzbanka pół litra wody. Ile powinna dołać soku, aby otrzymać taki sam napój?
- Ile potrzebuje soku, a ile wody, aby przygotować 2 litry takiego samego napoju?

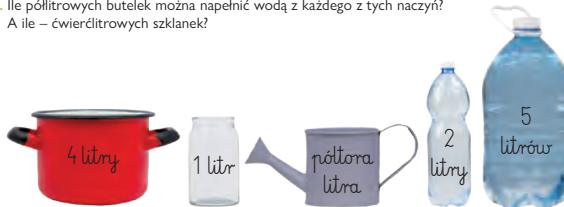
„My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 4



3. Patryk przelał 1 litr wody do czterech ćwiercilitrowych szklanek. Wodę z trzech szklanek przelał do litrowego dzbanka i dołał sok, tak że w dzbanku jest 1 litr napoju. Ile soku dołał do dzbanka?



4. Ile półlitrowych butelek można napelnić wodą z każdego z tych naczyń?  
A ile – ćwiercilitrowych szklanek?



„My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 3

3. Ala przelała do dzbanka połowę wody z butelki, a potem jeszcze połowę wody pozostalej w butelce. W butelce zostało pół litra wody. Ile wody było w butelce na początku?

„My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 4



5. W dzbanku mieszczą się trzy litry napoju. Patryk obliczył, że przez dwa dni jego rodzina wypija 5 dzbanków napoju. Ile to litrów?

- Ile dzbanków napoju wypija rodzina Patryka przez cztery dni? Ile to litrów?
- W ilu takich dzbankach zmieści się 39 litrów napoju?

6. Celina kupiła dwie butelki soku po 3 zł. Ile litrów soku kupiła? Ile kosztuje liter tego soku?



- Celina zapłaciła banknotem i otrzymała resztę: siedem takich samych monet. Jakim banknotem zapłaciła? Jakie monety otrzymała?
- Duże opakowanie z butelkami tego samego soku kosztuje 36 zł. Ile butelek mieści się w opakowaniu?

„My i nasza szkoła” kl. 3 cz. 4

## ODPOWIEDZI



Zadanie 1.

$$4 \text{ l} = 2 \text{ l} + 2 \text{ l}, 6 \text{ l} = 2 \text{ l} + 2 \text{ l} + 2 \text{ l}, 3 \text{ l} = 5 \text{ l} - 2 \text{ l}, 1 \text{ l} = 5 \text{ l} - 2 \text{ l} - 2 \text{ l}$$

Zadanie 2.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$$

- pół litra soku
- liter soku i liter wody



Zadanie 3. (Patryk przelał...)

$\frac{1}{4}$  litra soku

Zadanie 4.

Garnek – 8 półlitrowych, 16 ćwierćlitrowych

Słoik – 2 półlitrowe, 4 ćwierćlitrowych

Konewka – 3 półlitrowe, 6 ćwierćlitrowych

Butelka 2 l – 4 półlitrowe, 8 ćwierćlitrowych

Butelka 5 l – 10 półlitrowych, 20 ćwierćlitrowych



Zadanie 3. (Ała przelała...)

2 l

Zadanie 5.

15 l

- 10 dzbanków, 30 l
- 13 dzbanków

Zadanie 6.

Litr kosztuje 2zł

- Banknot 20 zł, monety 2 zł
- 12 butelek



## 2. Lekcja odwrócona, czyli jak sprowokować pytania i wykorzystać zasoby internetu?

Lekcja odwrócona obok personalizacji nauczania należy do najmocniejszych trendów we współczesnym nauczaniu. Wielu nauczycieli, także w Polsce, podejmuje wyzwanie prowadzenia takiej lekcji, na zachodzie Europy i w USA to standardowa metoda nauczania stosowana na co dzień. Czym więc jest lekcja odwrócona?

Zacznijmy może od myśli wybitnego psychologa Lwa Wygotskiego:

**Na lekcjach odpowiada się na pytania, których uczniowie sobie nigdy nie postawili.**

Czy ta myśl straciła na aktualności? Myślę, że nie, że często to my, nauczyciele, stawiamy pytania, o wiele za rzadko pytania stawiają uczniowie.

Próbą postawienia ucznia w sytuacji rozwiązywania problemu, a nie biernego odbiorcy nowych treści, jest lekcja odwrócona. Warto zapoznać się tu z krótkim filmem o nauczycielu stosującym tę metodę. <https://www.youtube.com/watch?v=Mn2K-e5h7DU&list=PLdpBD4ovxCUdUtfHR2tCWPUmFvHQIIGUP>

Lekcja odwrócona, inaczej metoda odwróconej klasy, bazuje na wykorzystaniu zasobów internetu lub materiałów przygotowanych przez nauczyciela przed właściwą lekcją w szkole. Oznacza to, że proces nauczania zaczyna się samodzielnie, a dopiero dalszy ciąg następuje w klasie. Zwykle kolejność w tradycyjnym podejściu jest inna: najpierw przedstawiamy w klasie temat, a kontynuacja często następuje samodzielnie w ramach pracy domowej. Stąd nazwa nauczania odwróconego.

Prof. Stanisław Dylak, popularyzator nauczania odwróconego w Polsce, nazywa ten sposób Strategią Nauczania Wyprzedzającego i wyróżnia cztery etapy procesu nauczania:

**AKTYWIZACJA**

**PRZETWARZANIE**

**SYSTEMATYZACJA**

**EWALUACJA**

Pierwsze dwa etapy przebiegają w domu, podczas samodzielnej pracy ucznia, dwa kolejne następują w szkole.

Prześledźmy poszczególne etapy tego procesu.

### AKTYWIZACJA

Uczeń zapoznaje się z krótkim filmem (lub innym materiałem online zadany przez nauczyciela), w którym przedstawione są podstawowe dla nowego tematu zagadnienia. Uczeń może zatrzymać film, powtórzyć całość lub fragment. Ten etap daje możliwość indywidualnego tempa pracy.

### PRZETWARZANIE

Na podstawie filmu uczeń odpowiada na pytania, sporządza notatkę lub rozwiązuje proste zadania. To wszystko dzieje się w domu.

### SYSTEMATYZACJA

Następnie w klasie nauczyciel z uczniami systematyzuje wiedzę, odpowiada na pytania uczniowskie. Dalej zaczynają rozwiązywać bardziej zaawansowane zadania związane z tematem z filmu.

### EWALUACJA

Następuje ewaluacja procesu na końcu lekcji lub cyklu lekcji.

Ważna jest jakościowa zmiana w nauczaniu: to uczeń jest poszukujący, nadający procesowi osobiste tempo, wykorzystujące podane informacje. To nie wszystko.

Prof. Stanisław Dylak widzi zmianę w dużo szerszym kontekście:

- Rola nauczyciela – przestaje być kierownikiem, a staje się tłumaczem, moderatorem. Nie tyle nauczyciel, co wspomaga w uczeniu, nie tyle wyklada temat, co wyjaśnia i tłumaczy.
- Rola ucznia – z biernego odbiorcy staje się aktywnym twórcą – konstruktorem własnej wiedzy.
- Lekcja – przestaje być jednostką, na której uczeń zostaje zapoznany z nowym materiałem. Celem lekcji staje się ugruntowanie wiadomości, korekta rozumienia, doskonalenie określonych umiejętności czy wreszcie rozwiązanie ewentualnych problemów.
- Środowisko – z klasowo-lekcyjnego na internetowe, znacznie bogatsze i intelektualnie bardziej wymagające.

Jak – z punktu widzenia praktyka – przygotować odwróconą lekcję?

Przed lekcją odwróconą należy przygotować:

#### 1. Filmik 3-7 minut

Filmik powinien być krótki i atrakcyjny, maksymalnie 12 minut. Można wskazać fragment dłuższego filmu, podając uczniom minuty, które ma obejrzeć.

Film jest podany przez nauczyciela, tzn. wysłany jest link lub ścieżka do miejsca, gdzie uczeń znajdzie film. W niektórych szkołach korzysta się z platform, np. Moodle do zamieszczania filmów używanych w danej szkole. Część nauczycieli sama tworzy filmy i nie korzysta z zasobów internetu.

Podkreślamy, że uczeń może kilkakrotnie obejrzeć całość filmu lub fragment.

## 2. Pytania/zadania dla ucznia

Pytania lub zadania (1-3) powinny być proste i odnosić się do filmu.

## 3. Tylko filmik i pytania, nic więcej

Nie dodajemy żadnych pytań/ zadań do innych tematów, wyłącznie koncentrujemy się na nowym zagadnieniu, które jest omawiane na filmie.

## 4. (konsultacje online)

W niektórych szkołach jest możliwość porozumiewania się z nauczycielem przed lekcją w celu wyjaśnienia na bieżąco wątpliwości.

A na lekcji....

## 5. (test/wejściówka)

Część nauczycieli korzysta z testu na początku lekcji w celu sprawdzenia wiedzy uczniów. Uważam, że podobny test może być demotywujący, chyba że wykonają go uczniowie do samooceny, wtedy może się przysłużyć w dalszej części lekcji. Nauczyciel bez testu też szybko się zorientuje, kto nie wykonał zadania domowego.

## 6. Ćwiczenia, lub...

## 7. Dyskusja, lub ...

## 8. Zaawansowane zadania na poziomach (lekcja rotacyjna), lub ...

## 9. ... inne pomysły, najlepiej z wykorzystaniem pracy zespołowej lub w parach.

Prześledźmy lekcję odwróconą dotyczącą twierdzenia Pitagorasa.

## 1. Podanie linku do filmu i pytań/zadań (aktywizacja).

Link dobrze jest podać na lekcji poprzedzającej właściwą lekcję o twierdzeniu Pitagorasa. Sprawdza się podanie linku jak najbliżej daty lekcji, więc np. lepiej w środę zadać na czwartek niż np. na następny tydzień.

Zakładamy, że uczniowie obejrzą jeden z filmów (nauczyciel podaje tylko jeden, poniższe przykłady pozwalają zorientować w zasobach sieci i dokonać wyboru adekwatnego do danej grupy uczniowskiej):

[https://www.youtube.com/watch?v=Y29img\\_iS28](https://www.youtube.com/watch?v=Y29img_iS28)

<https://www.youtube.com/watch?v=44SPPhK8sF8&t=74s>

<https://www.youtube.com/watch?v=uaj0XcLtN5c>

Pierwszy film trwa ponad 10 minut, można zadać tylko pierwsze np. 8 minut. Podobnie można skrócić obowiązek oglądania filmu w pozostałych przykładowych filmach.

## 2. Zadania do filmu (przetwarzanie).

Do linku dodajemy zadania (np. z podręcznika) polegające na prostym obliczeniu przeciwprostokątnej, gdy wszystkie boki są całkowite (np. o przyprostokątnych 3 cm, 4 cm i 5 m, 12 m). Pierwsze przykłady powinny być jak najłatwiejsze. Czas na trudniejsze przykłady przyjdzie na lekcji.

## 3. Rozwiązywanie zadań na lekcji – dyskusja, lekcja rotacyjna (systematyzacja).

Zaczynamy lekcję od rozmowy na temat filmu i zadań, od pytania, czy były problemy ze zrozumieniem filmu lub rozwiązaniem zadań. Następnie rozwiązujemy 2, 3 proste przykłady polegające na obliczeniu brakującego boku w trójkącie prostokątnym (np. oblicz przyprostokątną, gdy przeciwprostokątna wynosi 10 cm, a druga przyprostokątna wynosi 8 cm). Rozwiązujemy wspólnie zadanie o średnim stopniu trudności i tworzymy grupy z zadaniami łatwymi, średnimi i trudnymi (zobacz rozdział o lekcji rotacyjnej).

Można oczywiście wykorzystać inny pomysł na lekcję.

Ważne jest, aby nie oglądać ponownie filmu albo tłumaczyć klasie twierdzenia Pitagorasa. W przypadku, gdy część osób nie oglądało filmu, można podzielić klasę na grupy tak, aby w każdej znalazła się osoba przygotowana, która tłumaczy zagadnienie reszcie grupy.

## 4. Ewaluacja.

Po lekcji lub cyklu lekcji przeprowadzamy ewaluację w dowolny sposób, przykładowo prosząc o samoocenę swoich umiejętności za pomocą świateł (rozdział o ocenianiu kształtującym).

Innym przykładem filmu o twierdzeniu Pitagorasa – wyjątkowo atrakcyjnym, do wykorzystania na jednej z kolejnych lekcji lub przy powtórce, jest bardzo krótki film o przelewanej wodzie: <https://www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o>

Pytanie do filmu może być następujące:

Jaki warunek muszą spełniać naczynia, aby woda przepłynęła do ostatniej kropli?

Odpowiedź wiąże się z twierdzeniem Pitagorasa i z pojęciem pojemności, a więc łączy wiadomości z dwóch działów – planimetrii i stereometrii.

### 3. Dyskusja na lekcji matematyki

Wielu nauczycieli wprowadza elementy dyskusji na lekcjach matematyki. Czy jednak wykorzystujemy dyskusję po to, aby uczniowie mogli bez obawy o złą odpowiedź sprzeczać się między sobą o rozwiązania, czy raczej jesteśmy skłonni podać właściwy wynik i rozsądzić, kto ma rację? Pokusa jest duża, aby tak zrobić. Bo mamy mało czasu, bo nie chcemy, aby uczniom utrwały się błędne rozwiązania, bo wiemy, jak prawidłowo rozwiązać zadanie. Tymczasem korzyści z dyskusji, którą tylko moderuje nauczyciel, są ogromne. Uczniowie sami dochodzą do wniosku, które rozwiązanie jest poprawne. Pojawiają się emocje, które - jak mówi neurodydaktyka - są „znacznikami”, poruszają i pozwalają na zapamiętywanie. Ponadto w dyskusji, najlepiej między grupami, padają argumenty. A o ćwiczenie umiejętności argumentowania powinniśmy zadbać najczęściej jak to jest możliwe.

Jak mogą wyglądać w praktyce te lekcje i jak możemy stosować dyskusję? Zachęcam do podziału klasy na 3-4 osobowe zespoły. Dyskusja zacznie się już w grupach i będzie kontynuowana na forum całej klasy przy porównywaniu wyników i propozycje rozwiązań. Istotne jest, aby uczniowie przekonali siebie nawzajem do właściwego rozwiązania. Jeśli uczniom nie uda się podać poprawnego rozwiązania, to nauczyciel podaje wskazówkę.

Jak sprawić, aby dyskusja mogła spełnić swoją rolę?

Przyjrzyjmy się przykładom dwóch lekcji, w klasie 4 (lub późniejszej) i w klasie 8 (np. przy powtórkach).

- Lekcja w klasie 4 (Ile widzimy kwadratów?).
- Lekcja w klasie 8 (Jaka jest najkrótsza droga mrówki między najbardziej oddalonymi wierzchołkami sześcianu?).

Poniżej omówione są obydwie lekcje.

### 3.1 Ile widzimy kwadratów?

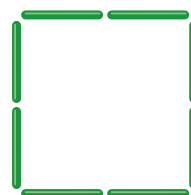
Zadanie jest atrakcyjne nie tylko dla 4 klasy, ale najwięcej korzyści odniesiemy, wprowadzając ten problem, przy omawianiu prostokątów i kwadratów jako szczególnych prostokątów. Zadanie wymaga odróżnienia kwadratów od prostokątów niebędących kwadratami.

Aby dobrze wprowadzić uczniów w temat, zaczynamy od zagadki z patyczkami. Dobrze jest rozdać patyczki uczniom, jednak lekcja uda się także wtedy, gdy dzieci będą tylko rysować w zeszytach w kartkę.

Pracujemy w grupach 3- 4 osobowych.

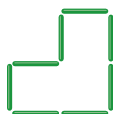
Zaczynamy od prostego zadania, którego rozwiązanie jednak nie jest oczywiste. Uczniowie powinni mieć do dyspozycji patyczki ewentualnie słomki, ołówki, pisaki tej samej długości.

3. Ułóżcie z ośmiu patyczków taki sam kwadrat jak na rysunku.
- Jak przesunąć 2 patyczki, aby figura miała 6 boków?
  - Pobawcie się w układanie figur o różnej liczbie boków.



*My i nasza szkoła kl. 2 cz. 1*

Rozwiązanie pierwszego podpunktu polega na przesunięciu dwóch sąsiednich patyczków przy dowolnym wierzchołu kwadratu.

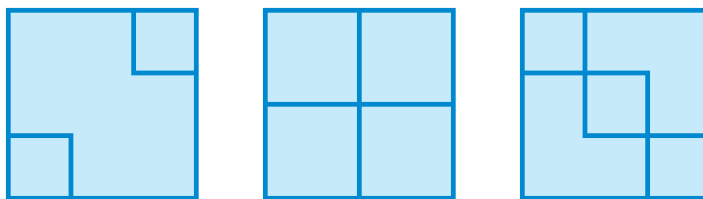


Następnie przechodzimy do kolejnego zadania o kwadratach. Tu wystarczy, że uczniowie będą rysować swoje rozwiązania. Zanim przystąpimy do zadania, upewnijmy się, że uczniowie wiedzą, jaką figurą jest kwadrat. Jeśli tego nie zrobimy, to prawdopodobnie część uczniów policzy także prostokąty niebędące kwadratami. Jest to też dobra okazja do zadania pytania, które ze zdań jest prawdziwe:

- Każdy prostokąt jest kwadratem.
- Każdy kwadrat jest prostokątem.

Możemy pierwszy przykład lub drugi rozwiązać wspólnie, jeśli zauważymy, że rozróżnienie kwadratów jako szczególnych prostokątów jest dla dzieci problemem.

4. Ile kwadratów jest na każdym rysunku?

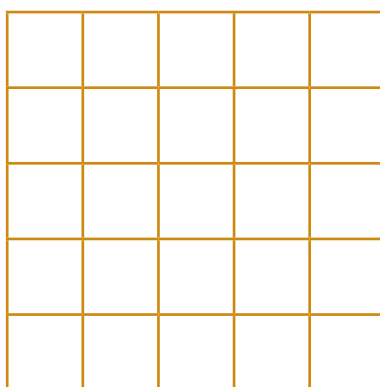


*My i nasza szkoła kl. 2 cz. 1*

Rozwiązania przykładów omówmy na forum całej klasy.

To, co jest ciekawe na takiej lekcji, to przykłady, które po tym zadaniu wymyślają uczniowie. Zadanie uczniowskie (po 1 z każdej grupy) powinno się kończyć pytaniem: Ile kwadratów jest na rysunku?

Prawie na pewno pojawi się poniższa zagadka. Jeśli się nie pojawi, pokażmy sami poniższą zagadkę:



Obliczenie liczby kwadratów w tym kwadracie wcale nie jest proste. Tu dajmy uczniom podyskutować. Niech padną różne wyniki, prawie wszystkie lub wszystkie błędne. Zaczynają pokazywać rozwiązania te grupy, które zauważyły najmniej kwadratów. Czasem warto przerwać prezentacje uczniowskie i pozwolić po np. 3 prezentacjach, aby uczniowie ponownie policzyli kwadraty.

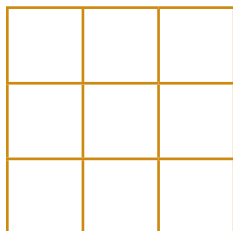
Gdy uczniowie przedstawią poprawną metodę liczenia, dajmy dzieciom chwilę na przemyślenie, których kwadratów nie zauważyły poszczególne grupy.

Jeśli nie uda się uczniom znaleźć odpowiedniej metody, to na koniec dyskusji nauczyciel pokazuje sposób liczenia, który prowadzi do sukcesu. Co ważne, nauczyciel pokazuje sposób na dwóch przykładach, a dalej daje czas uczniom, aby znaleźli właściwy wynik.

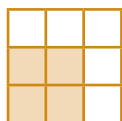
Dwa przykłady, które rozwiązuje nauczyciel wraz z klasą, to obliczenie liczby kwadratów w prostszych przypadkach (kwadraty 3x3 i 4x4). Warto oprócz obliczeń zaznaczać już policzone przykłady kolorami

na tablicy, np. zaczynając od najmniejszych kwadratów o boku 1, zliczając coraz większe kwadraty, kończąc na największym kwadracie.

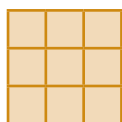
1. Ile jest kwadratów w kwadracie o boku 3?



Zliczamy najpierw kwadraty o boku 1. Jest ich 9.



Następnie zliczmy kwadraty o boku 2. Możemy je narysować 4, po jednym z każdego wierzchołka (jeden z nich powyżej).

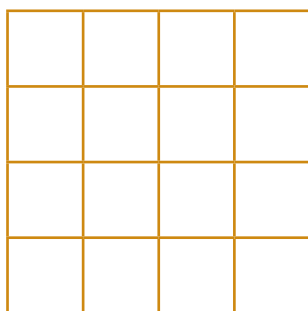


Mamy jeszcze największy kwadrat o boku 3. Jest on oczywiście tylko 1.

Zatem wszystkich kwadratów jest 14.

$$9 + 4 + 1 = 14$$

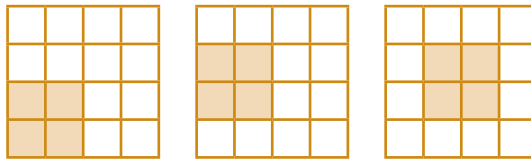
2. Ile jest kwadratów w kwadracie o boku 4?



Podobnie jak poprzednio liczymy najpierw najmniejsze kwadraty, czyli kwadraty o boku 1. Jest ich 16.



Następnie liczymy kwadraty o boku 2.

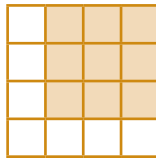


Mamy 4 kwadraty o boku 2 przy 4 wierzchołkach dużego kwadratu (jeden z nich powyżej)...

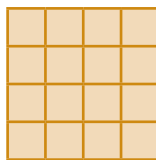
... oraz 4 pośrodku boków (jeden z nich powyżej)...

... i jeszcze 1 w środku. Czyli razem mamy 9 kwadratów o boku 2.

Dalej liczymy kwadraty o boku 3. Mamy ich 4, po jednym przy każdym wierzchołku (jeden z nich poniżej).



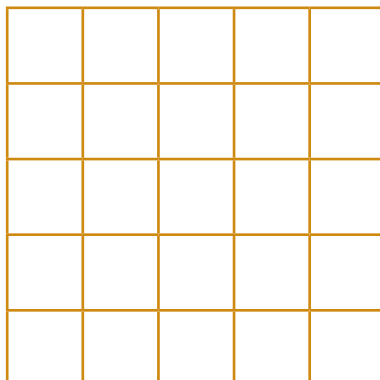
Wreszcie doliczamy największy kwadrat o boku 4.



Otrzymujemy więc 30 kwadratów

$$16 + 9 + 4 + 1 = 30$$

3. Ile jest kwadratów w kwadracie o boku 5?

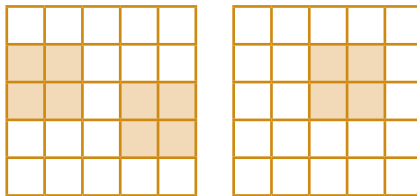


To powinni już uczniowie liczyć w grupach, podobną metodą jak dwa poprzednie przykłady.

Tak jak wcześniej przeliczamy kwadraty o boku 1 – jest ich 25.

Rysunki poniżej przedstawiają przykładowe położenie kwadratu w danej kategorii.

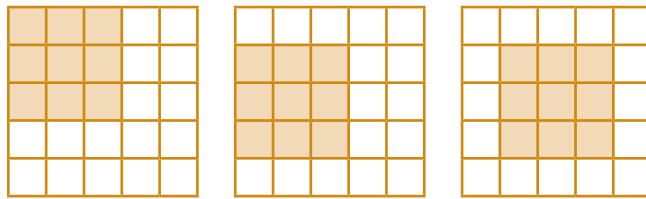
Dalej liczymy kwadraty o boku 2.



Mamy po jednym z każdego wierzchołka (czyli 4 kwadraty) oraz...

... po 2 na każdym boku (razem 8, z których 2 pokazane powyżej)....

... i 4 pośrodku (jeden z nich powyżej). Wszystkich kwadratów o boku 2 mamy więc 16.

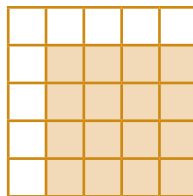


Następnie liczymy kwadraty o boku 3. Mogą być położone w wierzchołkach (4 kwadraty, jeden z nich powyżej na rysunku)...

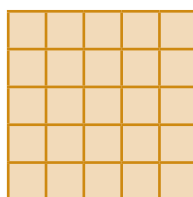
... lub na bokach (4 kwadraty, jeden z nich powyżej)

... lub wreszcie jeden pośrodku.

Wszystkich kwadratów o boku 3, mamy więc 9.



Pora na kwadraty o boku 4. Jest ich 4, po jednym z każdego wierzchołka (podobnie jak na rysunku powyżej jeden z kwadratów).



I wreszcie ostatni kwadrat o boku 5.

$$25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$$

Na koniec chwila refleksji:

- Które kwadraty były najtrudniejsze do zauważenia?
- Co pomogło rozwiązać zadanie?

W tym zadaniu uczniowie z wielkim zaangażowaniem szukają rozwiązań. Nauczyciel jedynie moderuje dyskusję, unikając udzielenia jednoznacznej, poprawnej odpowiedzi. Dopiero pod koniec zajęć pokazuje metodę, która wyczerpuje wszystkie możliwości i porządkuje myślenie.

Zadanie powinno pokazać, że można wypracować rozwiązanie, bazując na rozwiązaniu prostszych przykładów i uogólnieniu metody. Zarazem metoda dyskusji pokazuje, że mogliśmy opuścić niektóre rozwiązania i możemy wzajemnie swe wyniki uzupełniać.

### 3.2 Jaka jest najkrótsza droga mrówki między najbardziej oddalonymi wierzchołkami sześcianu?

Zauważmy, że to zadanie nie jest proste i rozwiązanie nawet dla nas, matematyków, nie jest banalne. Przyjrzyjmy się różnym możliwym rozwiązaniom. Zwykle w grupach powstają różne propozycje, powinniśmy je zebrać i omówić wspólnie.

Rozwiązanie może polegać na weryfikacji kolejnych hipotez (wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa, porównywanie liczb wymiernych i niewymiernych) lub możemy otrzymać proste, eleganckie rozwiązanie rysunkowe na siatce sześcianu z łatwym obliczeniem twierdzenia Pitagorasa.

Zajęcia można przeprowadzić w ramach powtórek z twierdzenia Pitagorasa. Zarazem powtórzymy działania na liczbach niewymiernych.

Mimo, że problem rzadko jest przepracowywany na lekcjach, raczej na kółkach matematycznych, warto go zastosować na zwykłych zajęciach z całą klasą. Problem budzi zaciekawienie uczniów i pokazuje, że twierdzenie Pitagorasa może być przydatne do wyliczenia najkrótszej drogi, niejako „na skróty”. Jednocześnie obliczenia można zredukować do najprostszych zastosowań twierdzenia Pitagorasa. Rozwiązanie znajduje się na wyciągnięcie ręki. Często dobre, najprostsze intuicje są udziałem uczniów mających trudności w matematyce.

Czas – 45 minut

Zadanie należy do klasycznych problemów na konkursach matematycznych. Mrówka ma przebyć drogę między dwoma najbardziej oddalonymi wierzchołkami sześcianu o krawędzi 1.

Możliwe hipotezy przewidywane na lekcji:

1. Najkrótsza droga prowadzi przez trzy krawędzie.
2. Mrówka przechodzi przez przekątną ściany, dalej po krawędzi.
3. Mrówka przechodzi po ścianie do połowy krawędzi, dalej do najdalszego wierzchołka (poprawna hipoteza).
4. Mogą się pojawić także inne propozycje drogi mrówki.

Opis doświadczenia (praca zespołowa):

1. Zaznaczcie na sześcianie dowolny wierzchołek i wierzchołek najbardziej od niego odległy.
2. Wyznaczcie na modelu najkrótszą drogę mrówki między tymi wierzchołkami.

3. Obliczcie długość drogi.
4. Dlaczego wskazana droga będzie najkrótsza? Uzasadnijcie swoją odpowiedź.

Do doświadczenia mogą być użyte dowolne modele sześcianów. Najbardziej użyteczne będą te sześciany, które można rozłożyć lub rozciąć tak, aby uzyskać siatki sześcianów.

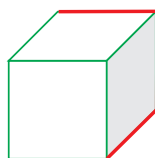
### Proponowany sposób dokumentacji uczniowskiej:

Warto rozważyć wszystkie hipotezy i doprowadzić do wspólnej dyskusji o rozwiązaniach. Zwykle pojawiają się pomysły nr 1 i nr 2. Może się zdarzyć, że nikt nie zaproponuje poprawnego rozwiązania nr 3. Wtedy, po przedyskutowaniu wersji 1. i 2., prosimy o narysowanie siatki sześcianu (najlepiej na tablicy) i wskazanie punktów, z którego startuje i w którym mrówka kończy swoją drogę. Wtedy na pewno ktoś wskaże poprawne rozwiązanie.

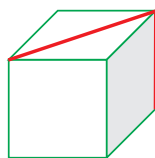
$\sqrt{2}$

Zapis obejmuje wtedy obliczenia do wszystkich hipotez:

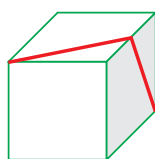
1. Droga prowadzi przez trzy krawędzie –  $L_1 = 1 + 1 + 1 = 3$ .



2. Mrówka przechodzi przez przekątną ściany, dalej po krawędzi długości 1. Z twierdzenia Pitagorasa długość przekątnej kwadratu  $\sqrt{2}$ , więc cała droga wynosi –  $L_2 = 1 + \sqrt{2}$



3. Mrówka przechodzi do połowy krawędzi, dalej do najdalszego wierzchołka. Z twierdzenia Pitagorasa obliczamy –  $L_3 = \sqrt{5}$



Uczniowie mogą wskazać różne hipotezy i przeprowadzić porównania uzyskanych długości. Wymaga to wykorzystania twierdzenia Pitagorasa, a także umiejętności porównywania liczb niewymiernych.

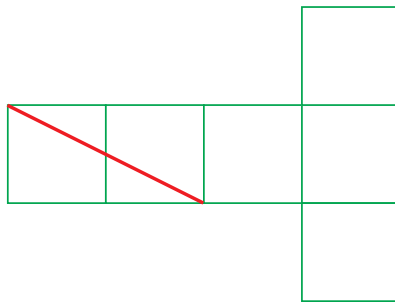
Porównanie odpowiedzi z hipotezy 1. z hipotezą 2. jest proste i może polegać tylko na oszacowaniu ( $\sqrt{2}$  to w przybliżeniu 1,4, więc  $1 + \sqrt{2}$  to w przybliżeniu 2,4).

Trudniejsze jest pokazanie, że droga z p. 3. jest krótsza od drogi z p. 2.:

$$\sqrt{5} < 1 + \sqrt{2}$$

Po podniesieniu obydwu stron do kwadratu otrzymujemy prawdziwą nierówność  $1 < \sqrt{2}$ . Zamiast tego dość skomplikowanego obliczenia warto posłużyć się rysunkiem wariantów dróg na siatce sześciangu.

Rysunek siatki sześciangu powinien znaleźć się w zapisach uczniowskich niezależnie od obliczeń. Uczniowie powinni zaznaczyć omawiane, najdalsze wierzchołki i wyznaczyć najkrótszą drogę między nimi. Tą najkrótszą drogą między dwoma punktami jest oczywiście odcinek. To rozprasza wątpliwości, czy podane rozwiązanie jest szukaną najkrótszą drogą. Uczniowie na tym etapie często doświadczają „olśnienia”, „efektu wow”- jakie to proste.



Pozostaje tylko obliczenie przeciwprostokątnej z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie o przyprostokątnych 1, 2 lub policzenie połowy szukanego odcinka  $y$  (wtedy obliczenia prowadzimy dla trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych  $\frac{1}{2}$ , 1).

$$y = \sqrt{5}$$

Lekcja z tym problemem jest ciekawa dla uczniów i daje możliwość podawania różnorodnych pomysłów i ich weryfikacji.

Można także nieco zmienić tok lekcji. Pierwsza propozycja skierowana jest do grup, które mają problem z wymyśleniem rozwiązania. Druga modyfikacja to naturalna kontynuacja wcześniejszego problemu - a gdyby mrówka mogła przewiercić się przez sześciang? To pytanie na pewno padnie na lekcji. Można więc pokusić się o naturalny ciąg dalszy: Co by było, gdyby mrówka była kornikiem?

### Propozycja modyfikacji 1. (instrukcja):

Część nauczycieli wykorzystuje w podobnych sytuacjach instrukcję pisemną (poniżej). Część uczniów zdecydowanie lepiej pracuje, gdy ma przed sobą tekst z zadaniem.

Można ewentualnie dopisać jako ostatni punkt wskazówkę: narysujcie siatkę sześcianu. Ta rozszerzona instrukcja może być przydatna w grupach nisko zaawansowanych. Mankamentem wskazówki jest znaczne ułatwienie zadania. Gdy od początku polecimy narysować siatkę sześcianu, to zadanie staje się proste.

Jaka jest najkrótsza droga mrówki między najbardziej oddalonymi wierzchołkami sześcianu?

Instrukcja:

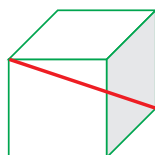
1. Zaznaczcie na sześcianie dowolny wierzchołek i wierzchołek najbardziej od niego odległy.
2. Wyznaczcie na modelu sześcianu najkrótszą drogę mrówki między tymi wierzchołkami.
3. Obliczcie długość drogi.
4. Dlaczego wskazana droga będzie najkrótsza? Uzasadnijcie swoją odpowiedź.

### Propozycja modyfikacji 2. (plus kornik, na dwie lekcje):

Można stopniować trudność zadania dając pytania wstępne:

1. Jaka jest droga mrówki do najbliższego wierzchołka?
2. Jaka jest droga mrówki do wierzchołka na tej samej ścianie?

Można też utrudnić przebieg zajęć dokładając następujący pojawiający się problem. Uczniowie często pytają: a gdyby mrówka mogła się przewiercić przez sześcian? Można rozstrzygać ten problem na zajęciach (wtedy czas wzrośnie do ok. 70 minut), lub zostawiając jako zadanie domowe dla chętnych. Należy wtedy obliczyć przekątną sześcianu podwójnie stosując twierdzenie Pitagorasa.



$$d = \sqrt{3}$$

Powtarzamy przy okazji tego problemu nie tylko twierdzenie Pitagorasa i działania na liczbach niewymiernych oraz szacowanie, uczymy argumentacji, co dla uczniów zawsze jest cennym doświadczeniem.

Na zakończenie rozważań o metodzie dyskusji kilka zasad, które mogą nam się przydać. Pierwsze pochodzą spoza matematyki, a kolejne są moimi zasadami, które stosuję na lekcjach jako praktyk.

Inspirujące mogą być dla nas, matematyków, zasady dotyczące prowadzenia dyskusji sformułowane przez Benjamina Franklina. Ten niezwykle przywódca zauważył, że na spotkaniach ludzie niechętnie wypowiadają się w jego obecności i rzadko pojawia się prawdziwa dyskusja. Stwierdził, że rozmówcy obawiają się powiedzieć swoje zdanie z obawy przed kompromitacją i ośmieszeniem. Brakuje im odwagi, aby powiedzieć swoje zdanie. Różnica bowiem poziomów wiedzy, erudycji, pozycji, poziomu wybitnego polityka i szarego, często niepiśmiennego obywatela, była powodem onieśmienia i braku wypowiedzi.

Czy my czasem, oczywiście pamiętając o odpowiedniej proporcji, też nie jesteśmy zbyt onieśmielający dla uczniów, którzy przecież umieją dużo mniej niż my, są młodszy i zobowiązani do posłuszeństwa i okazywania szacunku? Tak więc, powinniśmy ośmielić dzieci i sprawić, aby nie bały się błędów i ośmieszenia przed klasą i nauczycielem.

Co zatem proponuje B. Franklin?

- UNIKAJ STANOWCZEGO ZAPRZECZANIA
- SKROMNIE PRZEDSTAWIAJ SWOJE RACJE
- UNIKAJ ZWROTÓW OZNACZAJĄCYCH NIEZMIENNE POGLĄDY

<https://czasgentlemanow.pl>

A jakie zasady polecam stosować z mojej praktyki?

- Ciekawy problem – wyzwanie
- Grupy
- „Ja nie wiem”. Czas na odpowiedzi bez komentowania i podpowiadania
- Metody mogą być różne
- Przy braku rozwiązań wskazówka
- Zamiast odrzucenia rozwiązania – dodatkowe pytanie
- Rozwiązanie w ostateczności od nauczyciela
- Zadbaj o wszystkich, o ich dobry nastrój i zaciekawienie



## 4. Ocenianie kształtujące na lekcji matematyki

Są szkoły, które stosują na pełną skalę ocenianie kształtujące (OK) na każdym przedmiocie i na każdym poziomie. Im poniższe uwagi są niepotrzebne.

Ten rozdział przeznaczony jest dla tych nauczycieli, którzy z ocenianiem kształtującym nie mieli do czynienia, lub w niewielkim stopniu znają filozofię i metody OK, a są zainteresowani niektórymi sposobami, narzędziami do zastosowania w codziennej praktyce szkolnej. Bo OK to nie tylko ocenianie, a może nawet tylko w części ocenianie. To przede wszystkim podejście do nauczania z zupełnie innej perspektywy i nawet jeśli zastosujemy tylko niektóre elementy OK, to nasi uczniowie zyskają.

Na czym polega ocenianie kształtujące? Poznajmy je w telegraficznym skrócie [na podstawie materiałów ze strony: Ocenianie kształtujące – Pomagaj się uczyć (ceo.org.pl), oraz książki „Uczę (się) w szkole” 2014 Danuty Sterny, tekst i grafika autorstwa Danuty Sterny Ocenianie Kształtujące / Szkolenia dla nauczycieli, doskonalenie zawodowe, projekty edukacyjne / ceo.org.pl].

### Strategie OK

1. Określanie i wyjaśnianie uczniom celów uczenia się i kryteriów sukcesu.

Z perspektywy ucznia: Lepiej się uczyć, jeśli wiem, po co i czego mam się nauczyć.



2. Organizowanie w klasie dyskusji, zadawanie pytań i zadań dających informacje, czy i jak uczniowie się uczą.

Z perspektywy ucznia: Lepiej się uczyć, jeśli nauczyciel rozmawia ze mną o moich postępach i w każdej chwili wie, na jakim etapie nauki jestem.



3. Udzielanie uczniom takich informacji zwrotnych, które umożliwiają im widoczny postęp.

Z perspektywy ucznia: Lepiej się uczyć, jeśli nauczyciel udziela mi informacji zwrotnej, co zrobiłem dobrze, co i jak powinienem poprawić i jak mogę się dalej rozwijać.



4. Umożliwianie uczniom korzystania z siebie nawzajem jako zasobów edukacyjnych.

Z perspektywy ucznia: Lepiej się uczyć, jeśli korzystam z wiedzy i umiejętności moich koleżanek i kolegów.

5. Wspomaganie uczniów, by stali się odpowiedzialnymi autorami procesu swojego uczenia się.

Z perspektywy ucznia: Lepiej się uczyć, gdy jestem świadomy, jak przebiega proces mojego uczenia się i odpowiadam za niego.

### Parę słów komentarza do strategii OK

1. Określanie i wyjaśnianie uczniom celów uczenia się i kryteriów sukcesu.

Wskazanie celów jest jednym z nauczycielskich obowiązków. Często jednak, może na potrzeby dokumentacji, produkuje się tych celów za dużo. Wtedy nauczyciel koncentruje się bardziej na metodach, a nie celach. Tymczasem wskazanie przez nauczyciela jasnego celu dla siebie jest podstawą dobrego nauczania.

OK postuluje, aby ten cel był też znany uczniom i był przez nich zrozumiany.

Im bardziej konkretnie jest cel pokazany, tym lepiej dla uczniów. Występują tu tzw. „pytania kluczowe” w języku ucznia, dzięki którym cel jest bliski i poszukiwanie odpowiedzi na to pytanie stanowi oś lekcji.

2. Organizowanie w klasie dyskusji, zadawanie pytań i zadań dających informacje, czy i jak uczniowie się uczą.

Przedstawienie dzieciom informacji zwrotnej nie jest łatwe. W materiałach OK znajdziemy odpowiedzi, jak to robić. W praktyce obserwowałam skuteczność metody „Dwie gwiazdy, jedno życzenie”, która pozwala w bezpieczny sposób wskazać na plusy i na minusy, a życzenie, czyli w języku pozytywnym dajemy propozycję zmiany.



**Samoocena**, samoświadomość są dziś niezwykle doceniane. Każdy z nas, także dorośli, powinien pracować nad swoją świadomością. W przypadku matematyki można tak często, jak to możliwe, dawać okazję do samodzielnej oceny swojej wiedzy i umiejętności. Można to zrobić, np. poprzez test, który jest oceniany samodzielnie przez ucznia, poprzez okazję do samodzielnego określenia, jakie zagadnienia wymagają powtórzenia z danego działu, poprzez zwykłą rozmowę na temat postępów uczniowskich.

**Ocena koleżeńska** jest niezwykle pomocna w budowaniu samooceny. W moim przekonaniu należy ją poprzedzić budowaniem atmosfery zaufania i współpracy. Dopiero bezpieczeństwo, koncentracja na postępach, wzajemne zaufanie skutkuje pomocną oceną koleżeńską. Przygotowując do niej uczniów, my jako nauczyciele, modelujemy ich zachowania. Zatem uczniowie najpierw powinni doświadczyć pomocy, towarzyszenia w trudnościach, szacunku, właściwej informacji zwrotnej ze strony nauczyciela.

3. Umożliwianie uczniom korzystania z siebie nawzajem jako zasobów edukacyjnych.

Uczniowie mogą i powinni uczyć się nawzajem od siebie. Możemy wykorzystać ich naturalną chęć pomocy, wytłumaczenia sobie nawzajem ich językiem, w sposób, który rozumieją. Jednocześnie ci, którzy tłumaczą zadania swoim kolegom, zyskują głębokie zrozumienie, uczą się ponownie, wykonując wysiłek wyjaśniania. Nie przypadkiem uczenie innych jest jednym z najskuteczniejszych sposobów nauczania.

4. Wspomaganie uczniów, by stali się odpowiedzialnymi autorami procesu swojego uczenia się.

To jeden z najważniejszych postulatów – przejęcie odpowiedzialności przez uczniów za uczenie się. Świadomość, że to oni i tylko oni mogą się skutecznie uczyć, wymaga czasu i konsekwentnych działań.

Odpowiedzialność buduje się na różne sposoby. Przede wszystkim szacunek, poważne traktowanie uczniów i ich potrzeb sprzyja dojrzałości.

Posłużmy się przykładem lekcji powtórkowej. W młodszych klasach możemy dawać dzieciom okazje do decyzji o sposobie pracy na fragmencie lekcji. Możemy poprosić o propozycje zadań, które są dla nich niejasne lub do przećwiczenia. W starszych klasach możemy przed powtarzaniem materiału dostosować lekcję do zgłoszonych wcześniej zagadnień. Warto też pytać na bieżąco, na każdej lekcji, o zrozumienie materiału.

Odpowiedzialności za uczenie się uczymy się także poprzez traktowanie błędów jako okazji do nauki. Odpowiedzią na błąd powinna być informacja nieobarczona zniecierpliwieniem czy odrzuceniem. W klasie, w której jest atmosfera szacunku i pracy, wszyscy są gotowi do wskazania błędu i pomocy we właściwym rozwiązaniu. Wtedy też najlepiej poprosić uczniów o korektę i wskazówkę, o ile jest potrzebna.

OK podpowiada wiele ciekawych metod i narzędzi umożliwiających wypowiedzenie się uczniów w bezpieczny sposób. Uczymy nie tylko matematyki, uczymy także autorefleksji i gotowości do pokonywania trudności.

### Kilka przydatnych narzędzi OK

#### **Światła**

Dla informacji nauczyciela, a przede wszystkim dla samooceny ucznia, uczniowie w czasie lekcji komunikują poziom swoich umiejętności za pomocą świateł:

**Zielone** – wszystko rozumiem

**Żółte** – mam wątpliwości, uczę się

**Czerwone** – nie umiem, proszę o pomoc

W przypadku światła żółtego pomagają uczeń ze światłem zielonym, w przypadku światła czerwonego pomagają nauczyciel.



(Źródło: zdjęcie własne)

Na stronie [ceo.org.pl](http://ceo.org.pl) znajdziemy estetyczne metodniki do zakupienia przez uczniów, do postawienia na każdym stole.

Wystarczy jednak, gdy nauczyciel rozda na stoliki trzy kolory kartek memo lub pocięte kolorowe kartki. Kartki mogą być wykorzystane wielokrotnie, a unikamy i zakupów, i mobilizowania uczniów do pamiętania o przynoszeniu kartek.

Uwaga praktyczna jest też następująca: lepiej, gdy położymy w każdej grupie kartki na stole, niż postawimy metodniki. Dzięki temu, że kartki leżą na stole, widzi je tylko nauczyciel, a nie inni uczniowie.

### **Patyczki**

Ponoć na lekcji pytamy ciągle te same osoby. Badania wskazują, że daleko jesteśmy od sprawiedliwego podziału uwagi. Metoda losowania za pomocą patyczków powoduje, że do pytania, a także do podziału na grupy i pary, bierzemy uczniów rzeczywiście losowo. Prosimy przy tym dzieci, aby się nie zgłaszały.



(Źródło: zdjęcie własne)

To metoda aktywizująca uczniów, powodująca koncentrację i uwagę wszystkich.

Przygotowanie patyczków powinno nastąpić na lekcji, a ich podpisaniem zajmują się uczniowie. Można zostawiać patyczki w sali. Wtedy jednak liczymy się z tym, że niektóre mogą w tajemniczy sposób zniknąć. Lepiej więc przechowywać je w miejscu niedostępnym uczniom.

### **Zadawanie pytań**

W ocenianiu kształtującym szczególną rolę przykłada się do pytań. Pytania kluczowe, które powinny paść na początku lekcji, powinny mieć charakter wprowadzający, jednocześnie intrygując i zachęcać do aktywności.

Na lekcji powinno się zaproponować wiele krótkich pytań, do odpowiedzi na które prosimy losowo wybranych uczniów (patyczki).

Bardzo ważnym elementem jest cisza po pytaniu nauczycielskim. Nie oczekujemy, że uczniowie będą natychmiast znali odpowiedź na zadane pytanie. Danie czasu na zastanowienie powoduje, że więcej osób jest gotowa do pracy na lekcji. W tradycyjnym modelu nauczyciel wybiera jednego spośród kilku zgłaszających się uczniów, najczęściej tych samych na każdej lekcji. Ich szybkie tempo pracy może powodować wyłączenie się z aktywności wolniej pracujących uczniów. W ten sposób mobilizujemy całą klasę do pracy.

***Czas na powtórkę przed pytaniami nauczyciela***

Przed pytaniami nauczyciela (np. za pomocą patyczków) uczniowie mogą przejrzeć materiał z podręcznika lub zeszytu. Mogą też odpytać się w parach.

***Uczymy się w parach***

Uczniowie rozmawiają o nowych pojęciach, odpytują się nawzajem z podstawowych pojęć, wzorów, tak aby nauczyć się tych terminów na lekcji.

***Próba podsumowania. Czym jest OK?***

Z mojej perspektywy w ocenianiu kształtującym najważniejsze jest towarzyszenie uczniom w uczeniu się. Uczenie się jest po stronie ucznia, natomiast nauczyciel powinien tak organizować zajęcia, aby ucznia motywować, aby stwarzać warunki do uczenia się, aby właściwie organizować proces. Uznanie autonomii ucznia w tym procesie jest fundamentalne. To wprawdzie my jako nauczyciele wystawiamy oceny i zarządzamy lekcjami, ale uczeń decyduje o swojej nauce. Jak to wyglądać może w praktyce?

Uczeń jest w centrum procesu, więc do niego dostosowane jest tempo i zakres nauki. Oczywiście, mamy podstawę programową i egzaminy, jednak wiele zależy od naszej organizacji pracy na lekcji. Nacisk powinien być położony na głębokie zrozumienie, a nie wyćwiczenie jak największej liczby zadań. Tempo pracy powinno być takie, aby każdy uczeń mógł dokonywać postępów. Nauczyciel daje wskazówki, pomaga w ostateczności – pomagają sobie uczniowie nawzajem.

Zrozumienie idei OK prowadzi do przewartościowania postawy nauczycielskiej i wpływa na zmianę praktycznie całego sposobu nauczania.

## 5. Gry na lekcjach matematyki i w bibliotece

Gry zawsze są atrakcyjne dla dzieci, a ostatnio planszówki są na tyle atrakcyjne dla dorosłych, że wręcz można powiedzieć o swoistej modzie na planszówki. Wykorzystajmy ten trend i zagrajmy czasem na lekcji matematyki. Gry wprawdzie nie są tanie, ale gdy umówimy się na wykorzystanie ich także w bibliotece czy świetlicy, to wydatek może okazać się sensowny. Do sfinansowania zakupu możemy wykorzystać programy pomocowe dla szkół lub przekonać do wydatku Radę Rodziców.

Gry są opisywane także przez dydaktyków matematyki. Jednym z popularyzatorów gier jest Mirosław Dąbrowski, autor wielu książek o grach i strategiach. Oto jakie wskazuje zalety stosowania gier na lekcjach matematyki w artykule: <http://edukacjananowo.pl/do-czego-sluza-gry>.

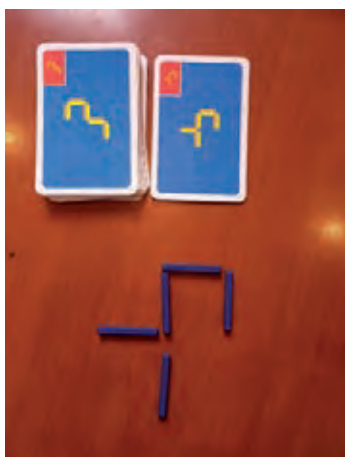
„Podczas gier dzieci będą...

- ćwiczyć i rozwijać konkretne matematyczne umiejętności, w tym także, oczywiście, obliczeniowe;
- poznawać konkretne matematyczne pojęcia i pogłębiać ich rozumienie;
- dostrzegać wzajemne związki między pojęciami i faktami;
- dostrzegać nowe prawidłowości i je wykorzystywać;
- w różny sposób posługiwać się notacją matematyczną;
- słuchać i czytać ze zrozumieniem;
- uczyć się przestrzegania przyjętych reguł;
- uczyć się akceptować przegraną i rozsądnie cieszyć się z wygranej;
- współdziałać i współpracować (w większych i mniejszych grupach), komunikować się i dyskutować (zarówno w układzie uczeń – uczeń, jak i uczeń – nauczyciel);
- przewidywać, planować i podejmować decyzje;
- analizować i badać konsekwencje;
- budować, testować i ulepszać strategie, czyli będą uczyć się skutecznie matematyki, bo dzięki własnej aktywności, dzięki sukcesywnie rosnącej wierze w swoje siły i możliwości oraz rosnącej motywacji do uczenia się w ogóle”.

### Przykłady gier planszowych do wykorzystania w szkole

Jedną z najbardziej przydatnych na lekcjach geometrii może być gra Digit. W trakcie tej gry gracz ma za zadanie takie przesunięcie jednego patyczka, że otrzymana figura jest przystająca do figury na wylosowanej karcie.

Przykład:



Gracz zaczyna z figurą ułożoną z patyczków jak na fotografii po lewej stronie (jest to zarazem zadanie dla poprzedniego gracza, z karty po prawej stronie). Zadaniem gracza jest przesunięcie jednego patyczka tak, aby uzyskać figurę z karty po lewej stronie.

Oczywiście można to zrobić, przesuując dolny patyczek w lewo.



W wyniku tego ruchu otrzymamy żądaną figurę (z dokładnością do symetrii). Dyskusja między uczniami, czy jest to ta sama figura, jest niezwykle wartościowa. Można, dla niedowiarków, mieć przygotowane lusterko.



Figur do poukładania jest wiele. Gra może być zastosowana praktycznie już od 4 klasy.

Innymi przykładami cennych gier mogą być, np. Blokus, Abalone, Robale, Oshello Set.

Wiele podpowiedzi gotowych gier znajdziemy w bezpłatnym poradniku autorstwa Małgorzaty Zam-browskiej, dostępnym na stronie IBE Instytut Badań Edukacyjnych ([ibe.edu.pl](http://ibe.edu.pl)).



## 6. Motywacja. Teoria nastawień i „NOT YET” Carol Dweck

Często jako nauczyciele zastanawiamy się, jak wpłynąć na uczniów, jak sprawić, aby się uczyli. Kilka podpowiedzi możemy zaczerpnąć od Carol Dweck, amerykańskiej psycholożki zajmującej się motywacją. Profesor psychologii wskazuje na istotę nastawienia na rozwój i osiągnięcie sukcesów. Po polsku możemy przeczytać jej znakomitą „Nową psychologię sukcesu”.

Dweck rozróżnia dwa nastawienia:

- nastawienie na rozwój
- nastawienie na trwałość

Przykładem nastawienia na trwałość jest udowadnianie i potwierdzanie swojej pozycji i wartości. Takie osoby robią wszystko, by poprzez sukces pokazać swoją wyższość. Dlaczego? Aby nie być uznanym za kogoś z drugiego końca tej drabiny społecznej, nie zostać na dole – przegranym.

Dweck wskazuje też przykłady postaw sportowców nastawionych na rozwój: „Uwielbiają wygrywać, ale najbardziej liczy się dla nich wysiłek włożony w przygotowania, nawet jeśli w końcu doznają porażki. Oni potrafią być z tego dumni”.

Dlaczego warto o tym wiedzieć? I czy matematykom ta wiedza jest potrzebna?

Myślę, że jest potrzebna, i to bardzo. Zbyt często rozróżniamy uczniów na słabych lub uzdolnionych, lub leniwych, lub inteligentnych... i tak można bez końca. Szkodliwe etykiety żyją swoim życiem. Dodatkowo Dweck udowadnia, że zupełnie nie warto komentować inteligencji uczniów, klas. W jaki sposób wzmacniać?

Dweck podaje przykład sportswomenki, która wraca po zawodach bez medalu i rozmawia z ojcem nie o pechu, braku talentu, tylko o tym, co zrobiła koleżanka ze złotym medalem, by osiągnąć sukces. Ile trenowała, jak często, od jakiego czasu, jakimi metodami. Bo sukces wynika z procesu, z pracy. I na tym polega nastawienie na rozwój. Podobnie, mówiąc o sukcesach, warto zwrócić uwagę na liczbę podjętych prób, na przeznaczony czas, na aktywność w czasie lekcji, a nie na wrodzone talenty.

Zauważmy, że uczniowie, którzy mają szansę zmierzyć się z zadaniami będącymi wyzwaniem, ale zarazem w ich zasięgu wiedzy i umiejętności, mają szansę na sukces. Na tym można budować dalej, wskazywać na postępy, na przebytą drogę i wynikające z tej drogi efekty.

Dweck podpowiada też, co powinniśmy mówić w przypadku porażki, np. niezaliczonego sprawdzianu. „Not yet” – „jeszcze nie”. Nie mówimy: nie zdałeś, nie zaliczyłeś. Mówimy: „jeszcze nie”, przekazując tym komunikatem wiarę, że zdanie jest tylko kwestią czasu i że na pewno nastąpi.

To, o czym mówi i pisze Dweck, jest ważne. Nie pozwólmy, aby nasi uczniowie bali się matematyki, aby przez matematykę czuli się głupi i bezwartościowi.

Polecam wszystkim nauczycielom wystąpienia Dweck na TED, a szczególnie zainteresowanym książkę „Nowa psychologia sukcesu”.

## 7. Na zakończenie

Sprawienie, aby uczniowie umieli matematykę i zarazem lubili matematykę, nie jest proste. Na to „lubienie” składa się bowiem wiele rzeczy: poczucie bezpieczeństwa, pewność, że błąd jest okazją do nauki, spokojne uczenie się na lekcji w swoim tempie, ciekawość, okazja do osobistych odkryć matematycznych, możliwość zajęcia się problemami, a właściwie wyzwaniem w czasie lekcji, a także współdziałanie z kolegami przynajmniej na fragmencie każdej lekcji. Wszyscy mamy wspólny cel – wszyscy chcemy coraz lepiej myśleć, kojarzyć, doświadczać satysfakcji z pokonywania trudności. Matematyka nie jest wyjątkiem wśród innych przedmiotów – ją także uczniowie mogą lubić. A lubią ją wtedy, gdy i my nauczyciele lubimy to, co robimy. Czego Państwu i sobie życzę.

## Bibliografia

- Dąbrowski M., <http://edukacjananowo.pl/do-czego-sluza-gry/>, 2015 .
- Dylak S., [https://edustore.eu/download/Strategia\\_Kształcenia\\_Wyprzedzajacego.pdf](https://edustore.eu/download/Strategia_Kształcenia_Wyprzedzajacego.pdf), Poznań 2013.
- Dweck C., „Nowa psychologia sukcesu”, wyd. Muza 2021.
- Ludwa A., Lorek M., podręcznik <https://naszelementarz.men.gov.pl/pliki/kl2/podreczniki/naszaszkola-kl2-cz3-m.pdf> 2015a oraz <http://www.ielementarz.pl/>.
- Marzano R.J., „Sztuka i teoria skutecznego nauczania”, Warszawa 2012.
- Polak M., <https://www.edunews.pl/nowoczesna-edukacja/e-learning/2720-edukacja-hybrydowa-czyli-blended-learning-22>, 2014.
- Pyżalski J., „Małe dzieci w świecie technologii informacyjno-komunikacyjnych. Między utopijnymi szansami a przesadzonymi zagrożeniami”, Łódź 2017.
- Sterna D., „Uczę się w szkole” <https://glowna.ceo.org.pl/publikacje/ksiazki-metodyczne-i-pomoce-dydaktyczne-ocenie-kszaltujace/ucze-sie-w-szkole>, Ocenianie kształtujące – Pomagaj się uczyć (ceo.org.pl), Warszawa 2014.
- Zambrowska M., „Pozwólmy dzieciom grać”, 2018. <http://www.ibe.edu.pl/pl/component/content/article/11-media/aktualnosci-prasowe/472-pozwolmy-dzieciom-grac-eksperci-ibe-zachecaja-do-nietypowej-nauki-matematyki>.
- Żylińska M., „Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi”, Toruń 2013.

Iwona Bzdęga, Joanna Heller

## CZĘŚĆ 2

## WPROWADZENIE

Każdy uczeń jest w stanie nauczyć się matematyki. Niektórych uczniów po prostu trudniej do tego przekonać.

Pewnie większość z nas – nauczycieli – byłaby zadowolona, gdyby raz omówiony temat został przez wszystkich uczniów świetnie opanowany, zrozumiany, zapamiętany i najlepiej, gdyby był zapamiętany na zawsze. Jednak życie pokazuje, że to się nie zdarza. Nasi uczniowie to ludzie tacy jak my, o różnych zdolnościach, zainteresowaniach oraz predyspozycjach. Sukcesem nauczyciela matematyki nie jest dotarcie do ucznia, któremu matematyka przychodzi z łatwością, lecz przekonanie ucznia słabszego, że może odnosić dobre wyniki w nauce matematyki i że mogą mu one sprawić wielką radość. Podstawą jest motywacja oraz pozytywne relacje pomiędzy nauczycielem a uczniem oraz nauczycielem i całą klasą. Pisząc o motywacji, mamy na myśli nie tylko zdobywanie dobrych ocen, lecz radość z odkrywania matematyki, pokonywanie trudności, traktowanie przez uczniów lekcji matematyki jako świetnej przygody.



(Źródło: zdjęcie własne)

Ogromną satysfakcję przynosi praca z uczniami, którzy nie pytają: „Za ile dzwonek?“, którzy nie „przysypiają” na lekcji, żeby czas szybciej minął, tylko z uczniami, którzy pomimo dzwonka na przerwę pytają: „Czy możemy zostać na przerwie w klasie i dokończyć to zadanie, bo jesteśmy ciekawi wyniku?”; uczniów, dla których informacja, że zamiast w-f dziś będzie matematyka - to świetna wiadomość, bo znowu będą robić coś frapującego, co sprawia im przyjemność; wreszcie uczniów, którzy na zakończenie lekcji mówią: „Jak ta lekcja szybko minęła, zawsze tak jest, gdy robimy coś fajnego”.

Co uczynić, żeby zarówno uczniom, jak i nam – nauczycielom – praca sprawiała radość, żebyśmy widzieli sens naszego wysiłku?

Nie jest to łatwa droga i nie da się tego wypracować w jeden dzień, tydzień, czy nawet miesiąc. To proces, który trwa i nad którym należy przez cały czas pracować, zmieniać go, dostosowywać do możliwości grupy. Ale opłaca się, szczególnie kiedy przynosi efekty. Z pewnością warto przygotowywać lekcje angażujące całą klasę, w trakcie których zarówno ci najslabsi, jak i najzdolniejsi uczniowie nie będą się nudzić. Lekcje, na których każdy uczeń będzie czuł się ważny oraz potrzebny.

Oczywiście musimy sobie zdawać sprawę, że nie wszystkie nasze pomysły okażą się być trafione. Nie każda lekcja przebiegać będzie zgodnie z naszymi założeniami. Czasem trzeba ponieść porażkę, żeby później odnieść sukces. Zresztą porażki są potrzebne. Pomagają wyciągnąć wnioski, przemyśleć coś, być może zmienić i następnym razem zrobić to lepiej. Ważne, żeby się nie poddawać i mieć „wyjście awaryjne” na wypadek sytuacji, gdy coś nie pójdzie z naszym planem. Nie codziennie znajdziemy też czas i warunki na to, żeby prowadzić lekcje z wykorzystaniem oryginalnych metod i pomocy dydaktycznych. Są tematy, które wymagają wielu powtórek, ćwiczeń i wtedy sprawdzają się lekcje „standardowe”.

Jednak należy podkreślić, że praca nowoczesnymi metodami zawsze sprawia uczniom radość. Powoduje, że nawet najslabszy uczeń jest zaangażowany w to, co dzieje się na lekcji.

Dlatego świetnie sprawdzają się:

- lekcje rotacyjne,
- lekcje odwrócone,
- lekcje metodą projektu.



Uczniowie klasy 8 w trakcie lekcji rotacyjnej. (Źródło: zdjęcia własne)

Jednym z najważniejszych zadań nauczyciela jest motywowanie uczniów do działania. W tej kwestii należy pamiętać o takich elementach lekcji, jak:

- znajomość celów lekcji (najlepiej, gdy są one zrozumiałe i bliskie uczniowi, jak choćby obniżki czy podwyżki procentowe);
- satysfakcja ucznia;
- praca w miłej atmosferze;
- możliwość decydowania (świetnym przykładem jest tutaj lekcja rotacyjna, w czasie której to uczeń decyduje, na jakim poziomie będzie pracował i ma możliwość zmiany decyzji w każdym momencie lekcji);
- świadomość, że pomyłka nie czyni go w oczach nauczyciela „złym uczniem”;
- konstruktywna ocena;
- informacja zwrotna ze strony nauczyciela (nad czym należy jeszcze popracować, co zmienić, poprawić, itp.).

Dużym problemem nauczyciela matematyki jest brak czasu na przećwiczenie danego materiału. Jak sobie z tym poradzić? Może zamiast poświęcać pół lekcji na tłumaczenie nowego tematu, np. „Dodawanie ułamków o różnych mianownikach”, a później wykonywać z uczniami dziesiątki przykładów przed tablicą, zaproponować zajęcia, które zapewne będą dla nich przygodą?

Przykładem takich zajęć może być lekcja odwrócona. Wprawdzie jej przygotowanie wymaga od nauczyciela więcej czasu, ale z pomocą przychodzą zasoby internetu: pi-stacja, [Matemaks.pl](http://matmaks.pl), <http://matzoo.pl/>, [MATMAG.pl](http://MATMAG.pl) = matematyka szkoła podstawowa = gry i zadania, youtube, epodreczniki.pl, itp.

Poniżej przedstawiamy kilka scenariuszy lekcji – między innymi z zastosowaniem takich metod, jak lekcja rotacyjna oraz lekcja odwrócona – do wykorzystania w klasach 4-8 szkoły podstawowej. Propozycje zajęć zostały opracowane na podstawie najczęściej wykorzystywanych podręczników. Pozwoli to nauczycielom na własne – innowacyjne – podejście do nauczania matematyki.



## 2. PROPOZYCJE ZAJĘĆ. SCENARIUSZE LEKCJI

### SCENARIUSZ LEKCJI 1

**TEMAT:** Dodawanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym

**KLASA:** IV

**CELE LEKCJI:**

Uczeń:

- umie dodawać ułamki dziesiętne sposobem pisemnym

**METODY I FORMY PRACY:**

- praca indywidualna
- praca grupowa
- lekcja odwrócona

**MATERIAŁY:**

- obrazki z różnymi produktami z gazetek wraz z cenami wykonane przez uczniów w domu przed lekcją
- [dodawanie i odejmowanie pisemne ułamków dziesiętnych #4 \[Działania na liczbach dziesiętnych\] – Bing video](#)<sup>1</sup> (pierwsze 3 min 30 sek.)
- podręcznik: „Matematyka z plusem” dla klasy IV wydawnictwa GWO
- ćwiczeniówka: „Matematyka z plusem” dla klasy IV wydawnictwa GWO

**PRZEBIEG LEKCJI:**

Zadanie do wykonania przed lekcją

*Instrukcja dla ucznia przesłana, np. przez dziennik elektroniczny. Najlepiej, żeby uczeń zrobił tę część 1 dzień przed lekcją:*

Twoim zadaniem jest przygotowanie się do lekcji: „Dodawanie ułamków dziesiętnych sposobem pisemnym”. Cel dla ciebie: Umiem dodawać ułamki dziesiętne sposobem pisemnym. Aby przygotować się do lekcji, obejrzyj pierwsze 3 min 30 sek. filmu: [Dodawanie i odejmowanie pisemne ułamków dziesiętnych #4 \[Działania na liczbach dziesiętnych\] – Bing video](#). Pamiętaj, że film możesz obejrzeć kilka razy, jeżeli będzie taka potrzeba. Następnie wykonaj dwa ćwiczenia w swoim zeszyte ćwiczeń:

- ćwiczenie 6 str. 111,
- ćwiczenie 7 str. 112.

<sup>1</sup> Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

### Plan zajęć w trakcie lekcji

- Powitanie, sprawy organizacyjne.
- Pytania uczniów do nowego tematu lekcji.
- Podział klasy na grupy 4 osobowe.
- Omówienie, na czym będzie polegała praca na lekcji.
- Przygotowanie kart pracy przez uczniów.
- Zabawa w szalone zakupy.
- Podsumowanie lekcji.
- Praca domowa.

### **Część 1**

Uczniowie przynoszą na zajęcia: nożyczki, klej, dwie kartki z bloku technicznego oraz gazetkę ze sklepu np. Lidl, Biedronka, itp.

Każdy z uczniów wykonuje dwie karty pracy. Wybiera kilka stron gazetki promocyjnej i nakleja je na kartkach papieru technicznego (tylko po jednej stronie tak, aby wypełnić całe dwie kartki z bloku). Następnie wycina produkty, aby stworzyć karty, na których znajduje się tylko jeden produkt.

Po wykonaniu kart, nauczyciel podaje instrukcję gry:

Gra polega „robieniu zakupów”. Kładziemy na środku stolika wszystkie karty (tak, aby nie było widać, jaki produkt znajduje się na karcie). Ustalamy kwotę zakupów. Może to być na początek 15 zł (później tę kwotę można stopniowo zwiększać). Każdy uczeń w grupie losuje kolejno po jednej karcie. Zapisuje wylosowaną kwotę (cenę produktu) w zeszytcie, później zapisuje kolejne kwoty i dodaje pisemnie zapisane ceny. Grę wygrywa ten uczeń, który jest najbliższej ustalonej ceny zakupów. Ustalonej kwoty nie można przekroczyć. Uczeń, który przekroczy ustaloną kwotę, odpada z gry.

Uczniowie w grupie nawzajem się kontrolują. Sprawdzają, czy obliczenia są wykonane prawidłowo. Nauczyciel nadzoruje prace uczniów, między innymi poprawność podpisywania cen produktów.

### **Część 2**

Uczniowie grają w „szalone zakupy”.

### **Część 3**

Podsumowanie.

Praca domowa: ćwiczenie 8, 9 i 10 str. 112 ćwiczeniówka.

### **Bibliografia:**

[Dodawanie i odejmowanie pisemne ułamków dziesiętnych #4 \[Działania na liczbach dziesiętnych\]](#)

– Bing video.

Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

*Opracowała: Joanna Heller*

## SCENARIUSZ LEKCJI 2

### TEMAT: Dodawanie ułamków o różnych mianownikach

**KLASA:** V

**CELE LEKCJI:**

Uczeń:

- umie dodawać ułamki o różnych mianownikach
- utrwala pojęcie ułamka właściwego

**METODY I FORMY PRACY:**

- praca indywidualna
- praca grupowa
- lekcja odwrócona

**MATERIAŁY:**

- [dodawanie ułamków o różnych mianownikach – Bing video](#)
- [dodawanie ułamków o różnych mianownikach \(matzoo.pl\)](#)
- karty pracy

**PRZEBIEG LEKCJI:**

Zadanie do wykonania przed lekcją.

*Instrukcja dla ucznia. Najlepiej 1 dzień przed lekcją:*

Twoim zadaniem jest przygotowanie się do lekcji: Dodawanie ułamków o różnych mianownikach. Cel dla Ciebie jest taki: Umiem dodawać ułamki o różnych mianownikach. Aby przygotować się do lekcji, obejrzyj film:

- [Dodawanie ułamków o różnych mianownikach – Bing video.](#)

Oczywiście film możesz obejrzeć kilkakrotnie. Możesz również znaleźć w internecie inny filmik, jeżeli ten nie będzie dla Ciebie wystarczający.

Po obejrzeniu filmu wykonaj ćwiczenie. Skorzystaj ze strony: [Dodawanie ułamków o różnych mianownikach \(matzoo.pl\)](#) i wykonaj 10 przykładów. Jeżeli udało Ci się wykonać to zadanie poprawnie, to znaczy, że świetnie zrozumiałeś nowy temat i teraz możesz już spokojnie przejść do zadań trudniejszych.

Plan zajęć w trakcie lekcji

- Powitanie, sprawy organizacyjne.
- Pytania uczniów do nowego tematu lekcji.
- Wprowadzenie do tematu – przypomnienie zasad pracy na lekcji.

- Podział klasy na grupy 2 lub 3 osobowe.
- Rozwinięcie tematu:
- Omówienie, na czym będzie polegała praca na lekcji.
- Nauczyciel rozdaje przygotowane karty pracy dla uczniów (załącznik nr 1).
- Podsumowanie i ocena uczniów.
- Ewaluacja: Dzieci opowiadają swoje wrażenia, jakie mają po tej lekcji.
- Podanie i omówienie pracy domowej.

#### Praca domowa:

Ułóż samodzielnie zadanie z treścią, w którym należy zastosować dodawanie ułamków zwykłych. Rozwiąż je. Pamiętaj o zapisaniu odpowiedzi.

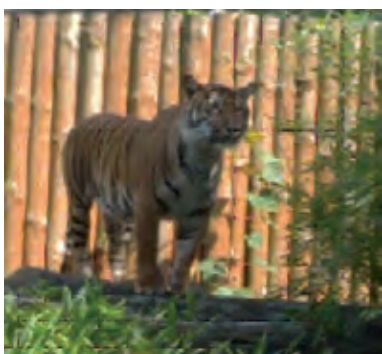
#### **Załącznik nr 1**

W Krainie zwanej Matematyka żyła zła czarownica, która, chciała zemścić się na królu. Onegdaj odtrącił on jej miłość, więc postanowiła ukarać go, porywając jego piękną córkę o imieniu Roszpunka.

Roszpunka została ukryta w zamku, do którego wejście było zaszyfrowane, wewnątrz czekało wiele niebezpieczeństw i trudnych zadań do wykonania.

Zrozpaczony król ogłosił wiadomość w swoim królestwie, że temu, komu uda się odnaleźć i uwolnić jego ukochaną córkę, odda połowę swojego królestwa. Niestety do tej pory jeszcze nikomu to się nie udało. Nagroda czeka do dziś. Może ty będziesz tym szczęśliwcem i zdobędziesz połowę królestwa.

By móc dostać się do zamku, najpierw musisz pokonać straszego tygrysa. Aby tego dokonać musisz odkryć, ile wody wypił tygrys dzisiejszego dnia.



#### **Zadanie 1**

Z samego rana po przebudzeniu tygrys wypił  $2\frac{1}{2}$  litra wody. Po zjedzeniu śniadania był bardzo spragniony i wypił  $5\frac{3}{5}$  litra wody. Później tygrys udał się na drzemkę, a następnie po przebudzeniu wypił jeszcze  $1\frac{3}{4}$  litra wody. Ile wody wypił tygrys w ciągu dzisiejszego dnia?

Super! Udało Ci się odkryć tajemnicę straszego tygrysa.

Aby wejść do środka, musisz jeszcze znaleźć 5-cyfrowy szyfr do bramy.

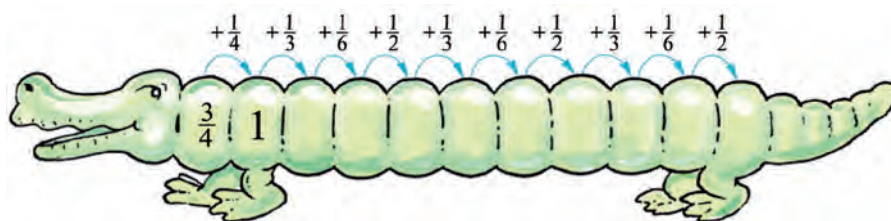
W tym celu należy wykonać następujące zadania.

**Zadanie 2**

- I. Pierwsza liczba szyfru jest sumą ułamka, który znajduje się na czerwonej gwiazdce oraz ułamka, który znajduje się na niebieskiej gwiazdce.



- II. Wykonaj dodawanie ułamków. Kolejne liczby szyfru to: druga, piąta, ósma oraz jedenasta liczba (licząc od lewej strony).

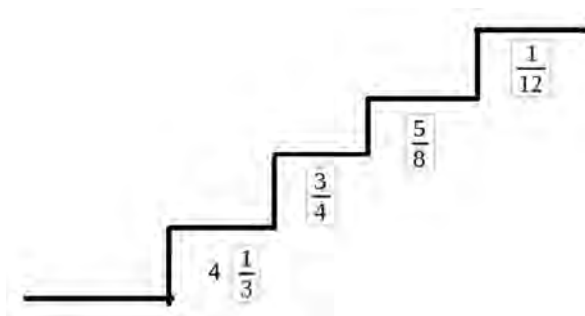


Ćwiczenia matematyka z plusem GWO klasa 5

Brawo! Udało Ci się wejść do zamku. Jeszcze schody dzielą Cię od księżniczki. Jak wspiąć się po schodach? W tym celu rozwiąż zadanie nr 3.

**Zadanie 3**

Należy znaleźć sumę ułamków, które znajdują się na kolejnych stopniach.



Zwycięstwo!!!!

Udało Ci się pokonać schody.

Możesz już wejść do komnaty, w której uwięziona jest księżniczka. Jednak w tym celu musisz wybrać właściwe drzwi. Tylko jedno wejście prowadzi do księżniczki. Za pozostałymi niestety jest przepaść. Jak odgadnąć, które drzwi są właściwe? Rozwiąż zadanie nr 4.

**Zadanie 4**

Suma ułamków znajdujących się na drzwiach jest ułamkiem właściwym.



Gratulacje! Doskonale potrafisz dodawać ułamki.

Zasłużyłeś na to, aby otrzymać połowę królestwa.

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

9 i  $17/20$

Zadanie 2.

I liczba – 5

II liczba – 1

III liczba – 2

IV liczba – 3

V liczba – 4

Zadanie 3.

5 i  $19/24$

Zadanie 4.

Drzwi nr 1

**Bibliografia:**

Z. Bolałek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka z plusem 5. Ćwiczenia. Wersja C, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

*Opracowała: Joanna Heller*

## SCENARIUSZ LEKCJI 3

### TEMAT: Dzielenie pisemne przez liczby jednocyfrowe

**KLASA:** IV

**CELE LEKCJI:**

- uczeń umie dzielić pisemnie liczby przez liczbę jednocyfrową

**METODY I FORMY PRACY:**

- praca indywidualna
- praca grupowa

**MATERIAŁY:**

- [dzielenie pisemne \(znakomicie wytłumaczone\) – Bing video](#)
- podręcznik: „Matematyka z plusem” dla klasy IV SP – GWO
- ćwiczeniówka: „Matematyka z plusem 4” wersja C dla klasy IV SP – GWO

**PRZEBIEG LEKCJI:**

**Część 1**

*Instrukcja dla ucznia do wykonania przed lekcją. Najlepiej 1 dzień przed lekcją.*

Twoim zadaniem jest przygotowanie się do lekcji: Dzielenie pisemne przez liczby 1 cyfrowe. Cel lekcji jest następujący: Umiem wykonać dzielenie pisemne przez liczbę 1 cyfrową. Aby cel ten osiągnąć, potrzebne są wcześniejsze umiejętności: znajomość tabliczki mnożenia, umiejętność wykonywania odejmowania pisemnego. Aby przygotować się do lekcji obejrzyj filmik: [Dzielenie pisemne – Bing video](#). Jeżeli będzie taka potrzeba, to film możesz obejrzeć kilkakrotnie.

Następnie sprawdź swoje umiejętności, rozwiązując ćwiczenie nr 2, str. 45 w ćwiczeniówce.

Ćwiczenie. Oblicz oraz wykonaj sprawdzenie.

- 798 : 6
- 1224 : 7
- 4215 : 8

**Część 2**

*Praca w grupach.*

Nauczyciel dzieli klasę na 3 osobowe grupy. Podczas tej części lekcji uczniowie nauczą się wykonywać dzielenie pisemne w sytuacjach praktycznych.



Uczniowie mają do wykonania 5 zadań. A 5. to zadanie o wyższym poziomie trudności. Zadanie to nie jest obowiązkowe.

Uczniowie mają możliwość sprawdzić poprawność swoich rozwiązań w kartach z odpowiedziami przygotowanymi przez nauczyciela. Są one dostępne na biurku nauczyciela.

Wykonaj poniższe zadania. Do każdego z zadań wypisz dane oraz szukane. Zapisz wszystkie potrzebne obliczenia. Pamiętaj, aby udzielić odpowiedź do każdego z zadań.

### Zadanie 1<sup>2</sup>

Do szkolnego sklepiku przywieziono 256 zeszytów zapakowanych w 8 jednakowych paczkach. Ile zeszytów jest w jednej paczce?

### Zadanie 2<sup>3</sup>

Komplet mebli kosztował 2448 zł. Państwo Kamińscy kupili go, rozkładając płatność na 6 równych rat. Ile wynosiła jedna rata?

### Zadanie 3

Właściciel nowej kawiarni zakupił 7 nowych stołów. Kwota za stoły wyniosła 2492 zł. Jaka była cena jednego stołu?

### Zadanie 4

Samochód Volvo kosztuje w salonie 56 900 zł. Istnieje możliwość, aby samochód ten kupić w ratach. Przy zakupie ratalnym należy wpłacić 16400 zł. Resztę należności należy zapłacić w 9 równych ratach. Oblicz, jaka jest wysokość jednej z dziewięciu rat?

### Zadanie 5.

Suma dwóch liczb wynosi 34692. Jedna z nich jest 5 razy większa od drugiej. Co to za liczby?

## Część 3

*Podsumowanie: Krótkie podsumowanie algorytmu dzielenia pisemnego.*

<sup>2</sup> *Matematyka 4 z plusem . podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej wersja C.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 106.

<sup>3</sup> Tamże, s. 106.

Praca domowa:

Ułóż jedno zadanie z treścią, w którym trzeba wykorzystać umiejętność wykonywania działania pisemnego przez liczbę 1 cyfrową. Wykonaj obliczenia. Zapisz odpowiedź.

Karta odpowiedzi do zadań:

## Zadanie 1

$$256 : 8 = 32$$

Odpowiedź: W jednej paczce są 32 zeszyty.

## Zadanie 2

$$2448 \text{ zł} : 6 = 408$$

Odpowiedź: Jedna rata wynosiła 408 zł.

## Zadanie 3

$$2492 \text{ zł} : 7 = 356 \text{ zł}$$

Odpowiedź: Cena jednego stołu to 356 zł.

## Zadanie 4

$$56900 \text{ zł} - 16400 \text{ zł} = 40500 \text{ zł}$$

$$40500 : 9 = 4500 \text{ zł}$$

Odpowiedź: Jedna rata wynosi 4500 zł.

## Zadanie 5

$$34692 : 6 = 5782$$

$$5782 \cdot 5 = 28910$$

Odpowiedź: Szukane liczby to 5782 oraz 28910.

**Bibliografia:**

M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

Opracowała: Heller Joanna

## SCENARIUSZ LEKCJI 4

### TEMAT: Procenty. Powtórzenie

**KLASA:** VIII

**CELE LEKCJI:**

Uczeń:

- utrwała wiadomości dotyczące procentów
- zamienia liczbę na procent
- zamienia procent na ułamek
- oblicza procent danej liczby
- oblicza liczbę, gdy dany jest jej procent
- rozwiązuje zadania praktyczne z zastosowaniem obliczeń procentowych

**METODY PRACY:**

- lekcja rotacyjna

**FORMY PRACY:**

- indywidualna
- grupowa

**MATERIAŁY:**

- podręcznik: „Matematyka” – WSiP
- karty pracy

**PRZEBIEG LEKCJI:**

**Część 1**

Nauczyciel przygotowuje na lekcję 3 zestawy po 3 zadania w każdym zestawie. Zestaw zadań łatwych, średnich oraz zadania o wyższym poziomie trudności. Podaje uczniom przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań łatwych oraz przykładowe zadanie, które może znaleźć się w zestawie zadań o średnim poziomie trudności.

Nauczyciel informuje uczniów, że praca na lekcji będzie się odbywać na trzech poziomach. Uczniowie sami będą mogli zdecydować w której grupie, czyli na jakim poziomie chcą pracować. Nauczyciel informuje uczniów również o tym, że w trakcie pracy można zmienić grupę (np. przejść na wyższy poziom). Każdy uczeń po zakończonej lekcji ma mieć w zeszytcie przedmiotowym trzy rozwiązane zadania, które rozumie i potrafi je wykonać samodzielnie.

W zestawach przygotowanych do lekcji rotacyjnej zdarza się taka sytuacja, że powtarza się w każdym zestawie jedno zadanie lub jest ono bardzo podobne, ewentualnie w zestawie o najwyższym poziomie trudności, zadanie jest rozbudowane o dodatkowe, trudniejsze podpunkty. Jest to działanie celowe

i zamierzone. Powtarzające się zadanie, jest przykładowym zadaniem, które uczniowie mogą często spotkać na sprawdzianach, próbnych egzaminach oraz na egzaminie ósmoklasisty.

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:



#### Zadanie 1<sup>4</sup>

Cena kurtki, która kosztowała 260 zł została obniżona po sezonie. Oblicz ile kosztuje teraz kurtka.



#### Zadanie 2<sup>5</sup>

Na diagramie przedstawiono informacje, jaki procent meczów w ciągu całego sezonu drużyna piłkarska zakończyła wygraną, jaki – przegraną, jaki – remisem.

W ciągu całego sezonu drużyna wygrała 10 meczów. Ile meczów w sezonie ta drużyna przegrała? Zapisz obliczenia.

#### Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

$$20\% \text{ z } 260 \text{ zł} = 52 \text{ zł}$$

$$260 \text{ zł} - 52 \text{ zł} = 208 \text{ zł}$$

Zadanie 2.

$$25\% + 45\% = 70\%$$

$$100\% - 70\% = 30\%$$

$$10 \text{ meczów} - 25\%$$

$$x \text{ meczów} - 30\%$$

$$25x = 300$$

$$x = 12$$

<sup>4</sup> *Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej.* A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 95.

<sup>5</sup> Sprawdzian ósmoklasisty arkusz egzaminacyjny, 2019.

## Załącznik nr 1

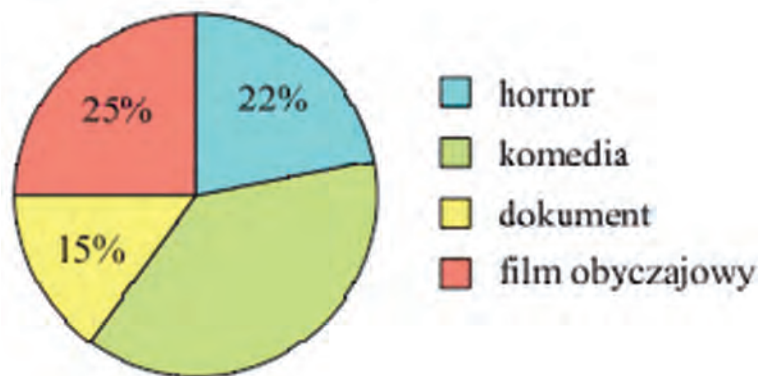
## Zestaw zadań o niskim poziomie trudności ★

Zadanie 1<sup>6</sup>

W salonie samochodowym znajduje się 126 samochodów używanych i 49 nowych. Oblicz, jaki procent wszystkich samochodów stanowią samochody używane.

Zadanie 2<sup>7</sup>

Na diagramie kołowym przedstawiono ulubione gatunki filmowe 200 ankietowanych osób.



Podręcznik: „Matematyka” kl. 8 WSiP

- 1) Ile osób wybrało horror jako ulubiony gatunek?
- 2) Jaki procent ankietowanych najbardziej lubi oglądać komedie?
- 3) Oblicz, o ilu więcej fanów mają filmy obyczajowe niż dokumentalne?
- 4) O ile punktów procentowych więcej jest ankietowanych, którzy wybrali komedie, niż tych, którzy wybrali filmy obyczajowe?



## Zadanie 3

Cenę rolek obniżono po sezonie. Oblicz, o ile procent obniżono cenę rolek.

<sup>6</sup> Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej. A. Makowski, T. Maślowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 190.

<sup>7</sup> Tamże, s. 191.

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

72%

Zadanie 2.

1. 44 osoby

2. 38%

3. 20 osób

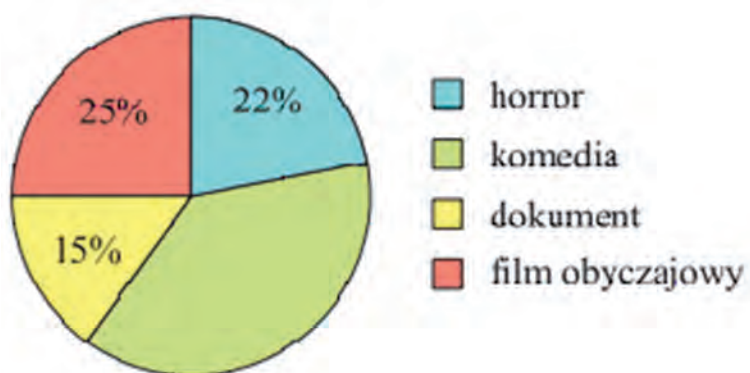
4. 13 p.p.

Zadanie 3.

15%

**Załącznik nr 2****Zestaw zadań o średnim poziomie trudności ★★****Zadanie 1<sup>8</sup>**

Na diagramie kołowym przedstawiono ulubione gatunki filmowe 200 ankietowanych osób.



- 1) Ile osób wybrało horror jako ulubiony gatunek?
- 2) Jaki procent ankietowanych najbardziej lubi oglądać komedie?
- 3) Oblicz, o ilu więcej fanów mają filmy obyczajowe niż dokumentalne?
- 4) O ile punktów procentowych więcej jest ankietowanych, którzy wybrali komedie, niż tych, którzy wybrali filmy obyczajowe?
- 5) Oblicz, o ile procent więcej osób wskazało komedie niż filmy obyczajowe?

**Zadanie 2<sup>9</sup>**

Pierwszego dnia wycieczki turysta przeszedł 40% trasy, następnego dnia przeszedł połowę trasy, która mu pozostała, a trzeciego dnia – ostatnie 9 km. Oblicz długość całej trasy.

<sup>8</sup> *Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej.* A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 191.

<sup>9</sup> Tamże, s. 190.

**Zadanie 3**

Gra planszowa kosztowała 24 zł, potem zdrożała o 20%, a następnie staniała o 20%. Oceń prawdziwość każdego zdania.

- |   |              |
|---|--------------|
| I. Cena gry po podwyżce wynosi 28,80zł                          | PRAWDA/FAŁSZ |
| II. Cena gry po dwóch zmianach jest taka sama, jak na początku. | PRAWDA/FAŁSZ |

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

1. 44 osoby
2. 38%
3. 20 osób
4. 13 p.p.
5. 52%

Zadanie 2.

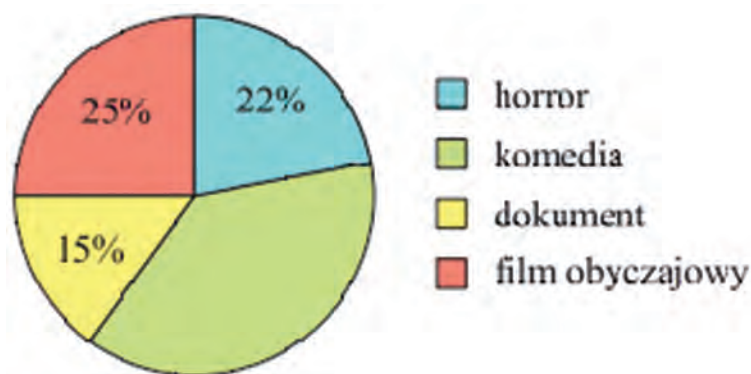
30 km

Zadanie 3.

Prawda, Fałsz

**Załącznik nr 3****Zestaw zadań o wysokim poziomie trudności ★★★****Zadanie 1<sup>10</sup>**

Na diagramie kołowym przedstawiono ulubione gatunki filmowe 200 ankietowanych osób.



- 1) Ile osób wybrało horror jako ulubiony gatunek?
- 2) Jaki procent ankietowanych najbardziej lubi oglądać komedie?
- 3) Oblicz, o ilu więcej fanów mają filmy obyczajowe niż dokumentalne?
- 4) O ile punktów procentowych więcej jest ankietowanych, którzy wybrali komedie, niż tych, którzy wybrali filmy obyczajowe?.
- 5) Oblicz, o ile procent więcej osób wskazało komedie niż filmy obyczajowe?

<sup>10</sup> *Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej. A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 191.*

**Zadanie 2**

Piotr chce kupić nowy rower, udało mu się uzbierać na niego 1584 zł, a od dziadka Piotr dostał dodatkowo 16% kwoty potrzebnej na zakup roweru. Teraz ma 61% potrzebnej kwoty.

Ile kosztuje ten rower?

**Zadanie 3**<sup>11</sup>

Gdy zbiornik jest w 25% pusty, to zawiera 25 ton paliwa więcej, niż gdy jest w 25% pełny.

Jaka jest pojemność tego zbiornika?

A) 75 ton    B) 100 ton    C) 37,5 tony    D) 80 ton    E) 50 ton

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

1. 44 osoby
2. 38%
3. 20 osób
4. 13 p.p.
5. 52%

Zadanie 2.

3520 zł

Zadanie 3.

E. 50 ton

**Bibliografia:**

A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska, Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej, WSiP, Warszawa 2017.

Sprawdzian ósmoklasisty arkusz egzaminacyjny 2019.

*Opracowała Joanna Heller*

<sup>11</sup> Kangur 2017 r., kategoria kadet.



## SCENARIUSZ LEKCJI 5

**TEMAT:** Rachunek prawdopodobieństwa. Powtórzenie

**KLASA:** VIII

### **CELE LEKCJI:**

Uczeń:

- zlicza elementy zbioru spełniające zadane warunki
- analizuje proste sytuacje losowe, takie jak: rzut monetą, rzut kostką do gry, różnego rodzaju losowania
- określa prawdopodobieństwo zdarzeń w doświadczeniach losowych
- nazywa zdarzenie niemożliwe oraz zdarzenie pewne

### **METODY PRACY:**

- lekcja rotacyjna

### **FORMY PRACY:**

- indywidualna
- grupowa

### **MATERIAŁY:**

- podręcznik: „Matematyka” – WSiP
- karty pracy

### **PRZEBIEG LEKCJI:**

#### **Część 1**

Nauczyciel przygotowuje na lekcję 3 zestawy po 3 zadania w każdym zestawie. Zestaw zadań łatwych, średnich oraz zadania trudniejsze. Podaje uczniom przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań łatwych oraz przykładowe zadanie, które może znaleźć się w zestawie zadań o średnim poziomie trudności.

Nauczyciel informuje uczniów, że praca na lekcji będzie się odbywać na trzech poziomach. Uczniowie sami będą mogli zdecydować, w której grupie chcą pracować. Uczniowie w trakcie zajęć mogą zmieniać grupę, ale po zakończonej lekcji każdy uczeń ma mieć w zeszycie zapisane trzy zadania. Bardzo ważnym elementem lekcji jest sprawdzenie poprawności rozwiązania po każdym rozwiązaniem zadaniu. Karta z odpowiedziami do zadań znajduje się na biurku nauczyciela.

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:

**Zadanie 1** (Przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań łatwych)

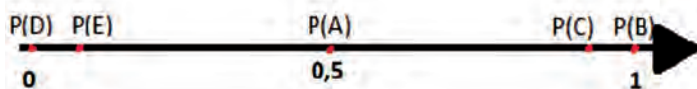
Losujemy 1 liczbę spośród wszystkich liczb dwucyfrowych. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma cyfr wylosowanej liczby wynosi 5.

**Zadanie 2** (Przykładowe zadania, które mogą znaleźć się w zestawie zadań o średnim poziomie trudności)

W bukietcie jest 7 czerwonych i 5 białych róż. Ile róż w kolorze czerwonym należy dołożyć do bukietu, aby prawdopodobieństwo wyciągnięcia róży czerwonej z bukietu wynosiło  $\frac{3}{4}$ .

**Zadanie 3**<sup>12</sup>

Na osi liczbowej zaznaczono prawdopodobieństwa pięciu zdarzeń



Które zdarzenie, to zdarzenie:

- pewne
- niemożliwe
- bardzo prawdopodobne
- mało prawdopodobne
- zdarzenie, którego szansa zajścia wynosi 50%

**Część 2** (praca grupowa)

Po rozwiązaniu zadań wspólnie na tablicy nauczyciel prosi uczniów, aby zdecydowali, w której grupie chcą pracować.

Karta odpowiedzi do zadań:

**Zadanie 1.**

Liczb dwucyfrowych (od 10 do 99 jest 90)

Liczby, których suma cyfr jest równa 5, to: 14, 41, 23, 32, 50

$$5/90=1/18$$

<sup>12</sup> Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej. A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 177.

**Zadanie 2.**

8 róż czerwonych

**Zadanie 3.**

a. B                      b. D                      c. C                      d. E                      e. A

**Załącznik nr 1****Zestaw zadań o niskim poziomie trudności ★****Zadanie 1<sup>13</sup>**

Spośród liczb naturalnych od 1 do 10 losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosujemy liczbę:

- a) parzystą
- b) większą od 7
- c) podzielną przez 3
- d) niepodzielną przez 5

**Zadanie 2<sup>14</sup>**

Z talii 52 kart losujemy jedną kartę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowana karta jest:

- a) asem lub waletem
- b) treflem, ale nie asem
- c) asem, ale nie treflem
- d) asem lub treflem

**Zadanie 3<sup>15</sup>**

W pudełku jest 11 pereł i 8 kulek imitujących perły.

- a) Ile kulek imitujących perły trzeba dołożyć do pudełka, aby prawdopodobieństwo wylosowania perły wyniosło  $\frac{1}{3}$ ?
- b) Ile pereł trzeba dołożyć do pudełka, aby prawdopodobieństwo wylosowania kulki imitującej perłę wyniosło  $\frac{1}{3}$ ?

<sup>13</sup> *Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej.* A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 177.

<sup>14</sup> Tamże, s. 177.

<sup>15</sup> Tamże, s. 177.

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

- a.  $\frac{1}{2}$
- b.  $\frac{3}{10}$
- c.  $\frac{3}{10}$
- d.  $\frac{4}{5}$

Zadanie 2.

- a.  $\frac{8}{52}$  lub  $\frac{2}{13}$
- b.  $\frac{12}{52}$
- c.  $\frac{3}{52}$
- d.  $\frac{16}{52}$  lub  $\frac{4}{13}$

Zadanie 3.

- a. 14 bursztynów
- b. 5 pereł

**Załącznik nr 2****Zestaw zadań o średnim poziomie trudności ★★****Zadanie 1<sup>16</sup>**

W pudełku jest 11 pereł i 8 kulek imitujących pereły.

- a) Ile kulek imitujących pereły trzeba dołożyć do pudełka, aby prawdopodobieństwo wylosowania pereły wyniosło  $\frac{1}{3}$ ?
- b) Ile pereł trzeba dołożyć do pudełka, aby prawdopodobieństwo wylosowania kulki imitującej perełkę wyniosło  $\frac{1}{3}$ ?

**Zadanie 2**

Spośród liter wyrazu CZŁOWIEK losujemy jedną literę. Jakie jest p-o tego, że wylosowana litera:

- a) jest spółgłoską
- b) ma oś symetrii

**Zadanie 3<sup>17</sup>**

Listonosz ma dostarczyć listy do mieszkań o numerach: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55. Na klatce w bloku zgasło światło. Ile listów listonosz musi wyjąć z torby, aby mieć pewność, że będzie wśród nich list do mieszkania o numerze parzystym?

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

- a. 14 bursztynów
- b. 5 pereł

Zadanie 2.

- a.  $\frac{5}{8}$
- b.  $\frac{3}{4}$

Zadanie 3.

co najmniej siedem listów

<sup>16</sup> Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej. A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 177.

<sup>17</sup> Tamże, s. 178.

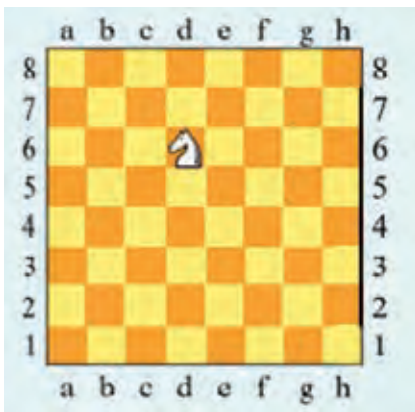
## Załącznik nr 3

## Zestaw zadań o wysokim poziomie trudności ★★★

Zadanie 1<sup>18</sup>

W pudełku jest 11 pereł i 8 kulek imitujących perły.

- Ile kulek imitujących perły trzeba dołożyć do pudełka, aby prawdopodobieństwo wylosowania perły wyniosło  $\frac{1}{3}$ ?
- Ile pereł trzeba dołożyć do pudełka, aby prawdopodobieństwo wylosowania kulki imitującej perłę wyniosło  $\frac{1}{3}$ ?

Zadanie 2<sup>19</sup>

Do gry w szachy wykorzystuje się plansze 8 x 8, w której każde pole jest opisane liczbą i literą. Na szachownicy na polu d6 stoi biały skoczek (patrz rysunek obok). Spośród pozostałych pól szachownicy wylosowano jedno i postawiono na nim czarną wieżę. Wieża może przesuwać się o dowolną liczbę pól, ale tylko w poziomie lub pionie. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że biały skoczek może zostać zbity przez czarną wieżę.

Zadanie 3<sup>20</sup>

Dwanaście kolorowych kul ustawiono w rzędzie. Trzy spośród tych kul są niebieskie, dwie żółte, trzy czerwone i cztery zielone. Wiadomo, że na jednym końcu jest kula żółta, a na drugim czerwona. Ponadto wszystkie czerwone kule leżą jedna za drugą, a także wszystkie zielone kule leżą jedna za drugą. Dziesiąta kula od lewej jest niebieska. Jakiego koloru jest szósta kula od lewej?

- Zielona
- Żółta
- Niebieska
- Czerwona
- Może być zarówno czerwona jak i niebieska

## Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

- 14 bursztynów
- 5 pereł

Zadanie 2.

 $\frac{2}{9}$ 

Zadanie 3.

zielona

<sup>18</sup> *Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej.* A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 177.

<sup>19</sup> Tamże, s. 178.

<sup>20</sup> Kangur 2017 r., kategoria kadet.

**Bibliografia:**

A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska, Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej, WSiP, Warszawa 2017.

Kangur 2017 r., kategoria kadet.

*Opracowała Joanna Heller*

## SCENARIUSZ LEKCJI 6

### TEMAT: Wyrażenia algebraiczne. Powtórzenie

**KLASA:** VIII

**CELE LEKCJI:**

Uczeń:

- doskonalą odczytywanie oraz zapisywanie wyrażeń algebraicznych
- zapisuje wyrażenia algebraiczne opisujące sytuacje przedstawione w zadaniu
- oblicza wartości wyrażeń algebraicznych
- redukuje wyrazy podobne

**METODY PRACY:**

- lekcja rotacyjna

**FORMY PRACY:**

- indywidualna
- grupowa

**MATERIAŁY:**

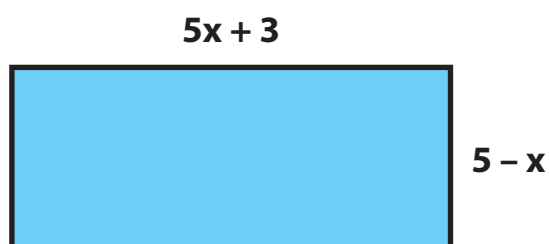
- podręcznik: „Matematyka” - WSiP
- karty pracy

**PRZEBIEG LEKCJI:**

**Część 1**

Nauczyciel informuje uczniów, że praca na lekcji będzie się odbywać na trzech poziomach. Uczniowie sami będą mogli zdecydować, w której grupie chcą pracować. Uczniowie w trakcie zajęć mogą zmieniać grupę. Ważne, aby po zakończonej lekcji każdy uczeń miał w zeszycie zapisane trzy zadania. Bardzo ważnym elementem lekcji jest sprawdzenie poprawności rozwiązania po każdym rozwiązaniem zadaniu. Karta z odpowiedziami do zadań znajduje się na biurku nauczyciela.

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:



**Zadanie 1** (Przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań łatwych).

Dany jest prostokąt o wymiarach podanych na rysunku. Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące pole i obwód narysowanej figury. Oblicz wartość tych wyrażeń dla  $x = 3$ .

**Zadanie 2** (Przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań o średnim poziomie trudności).

Uzasadnij, że suma czterech kolejnych liczb nieparzystych jest podzielna przez 4.

### Część 2 (praca grupowa)

Po rozwiązaniu zadań wspólnie na tablicy. Nauczyciel prosi uczniów, aby zdecydowali, w której grupie chcą pracować. Każdy uczeń ma mieć po zakończeniu lekcji 3 rozwiązane zadania w swoim zeszyte przedmiotowym. Po rozwiązaniu każdego z zadań należy sprawdzić poprawność rozwiązania. Karta odpowiedzi znajduje się na biurku nauczyciela lub na parapecie, aby uczniowie mogli swobodnie podejść i sprawdzić poprawność swoich rozwiązań.

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1

$$O = 8x + 16$$

$$O = 40$$

$$P = -5x^2 + 22x + 15$$

$$P = 36$$

Zadanie 2

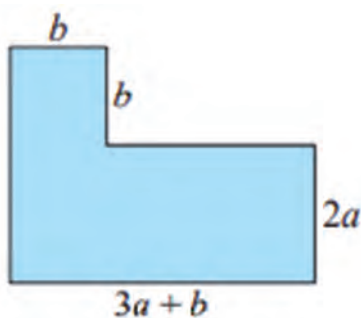
$4(2n + 4)$  jest wielokrotnością czwórki, czyli dzieli się przez 4.

### Załącznik nr 1

#### Zestaw zadań o niskim stopniu trudności ★

#### Zadanie 1

Jeden z kątów trójkąta ma miarę  $\alpha$ , drugi jest o 15 stopni większy. Zapisz miarę trzeciego kąta tego trójkąta.



#### Zadanie 2<sup>21</sup>

Zapisz wyrażenie opisujące pole i obwód narysowanej figury. Oblicz wartość tych wyrażień, dla  $a = 2$  oraz  $b = (-1)$

<sup>21</sup> Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej. A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 196.



**Zadanie 3<sup>22</sup>**

Kuba ma  $n$  złotych oszczędności. Ania ma dwa razy więcej oszczędności niż Kuba. Zuzia ma o 30 zł mniej niż Ania, a Alicja ma o 50 zł więcej niż Zuzia. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego sumę oszczędności wszystkich osób.

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

$$165 - 2a$$

Zadanie 2.

$$O = 10a + 4b$$

$$O = 16$$

$$P = 6a^2 + 2ab + b^2$$

$$P = 21$$

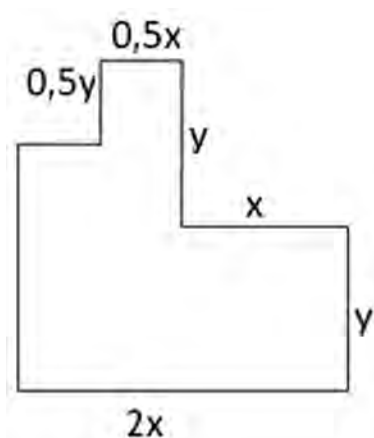
Zadanie 3.

$$(7n - 10) \text{ zł}$$

**Załącznik nr 2****Zestaw zadań o średnim poziomie trudności ★★****Zadanie 1**

Marta spędziła w pracy  $x$  godzin, a  $1/5$  pozostałej części doby poświęciła na czytanie książek w domu. Które z podanych wyrażen opisuje sytuację, ile godzin Marta czytała książki tego dnia?

- a)  $(24 - x) : 5$
- b)  $0,06 * 24 - x$
- c)  $24 - 1/5 * x$
- d)  $(24 - x) * 0,69$
- e)  $(x - 24) : 5$

**Zadanie 2**

Zapisz wyrażenie opisujące pole i obwód narysowanej figury. Następnie oblicz wartość tych wyrażen dla  $x = 5$  oraz  $y = 2$ .

**Zadanie 3<sup>23</sup>**

Uzasadnij, że suma pięciu kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 5.

<sup>22</sup> Tamże, s. 197.

<sup>23</sup> *Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej.* A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 197.

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1

odp. A

Zadanie 2

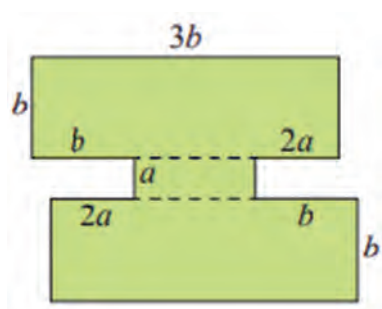
$$O = 4x + 4y$$

$$O = 28$$

$$P = 2,75 xy$$

$$P = 27,5$$

Zadanie 3

Liczba  $5(a + 2)$  jest wielokrotnością liczby 5, a więc dzieli się przez 5.**Załącznik nr 3****Zestaw zadań o wysokim poziomie trudności ★★★★★****Zadanie 1<sup>24</sup>**

Zapisz w jak najprostszej postaci pole i obwód narysowanej figury. Następnie oblicz wartość tych wyrażeń, dla  $a = 4$  oraz  $b = (-2)$ .

**Zadanie 2<sup>25</sup>**

Wykaż, że sześciocyfrowa liczba postaci aabbcc jest podzielna przez 11.

(Zapis aabbcc oznacza, że na miejscu jedności i dziesiątek stoi cyfra c, na miejscu setek i tysięcy stoi cyfra b, a na miejscu dziesiątek tysięcy i setek tysięcy stoi cyfra a).

**Zadanie 3**

Znane są dwa wyrażenia:

$X = 7x(4x + 6)$  oraz  $Y = (2x + 5)(7x - 7)$ . Wykaż, że wartość wyrażenia  $x - 2y$  nie zależy od zmiennej x.

<sup>24</sup> Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej. A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska. WSiP, Warszawa 2017, s. 196.

<sup>25</sup> Tamże, s. 197.

Karta odpowiedzi do zadań:

## Zadanie 1

$$O = 6a + 12b$$

$$O = 0$$

$$P = -2a^2 + 2ab + 6b^2$$

$$P = (-24)$$

## Zadanie 2

Liczba  $11(10000a + 100b + c)$  jest wielokrotnością 11, czyli dzieli się przez 11.

## Zadanie 3

$$x - 2y = 70 \text{ (nie zależy od zmiennej } x\text{)}$$

**Bibliografia:**

Arkusz egzaminacyjny z 2019 r. egzamin ósmoklasisty.

A. Makowski, T. Masłowski, A. Toruńska, Matematyka 8, podręcznik dla klasy 8 szkoły podstawowej, WSiP, Warszawa 2017.

Kangur 2017 r., kategoria kadet.

*Opracowała Joanna Heller*

## SCENARIUSZ LEKCJI 7

### TEMAT: Cechy podzielności liczb

**KLASA:** V

**CELE LEKCJI:**

- utrwalenie cech podzielności przez: 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100
- kształtowanie umiejętności rozpoznawania liczb podzielnych przez: 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100
- wyodrębnienie z danego zbioru liczby podzielne przez: 2, 5, 4, 10, 25, 100 a także 3 i 9
- wykorzystanie cech podzielności do rozwiązywania zadań tekstowych

**METODY I FORMY PRACY:**

- praca indywidualna
- praca grupowa
- lekcja rotacyjna

**MATERIAŁY:**

- podręcznik „Matematyka 5 z plusem”
- ćwiczenia „Matematyka 5 z plusem”

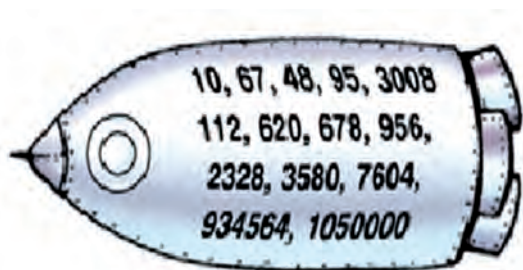
**PRZEBIEG LEKCJI:**

**Część 1**

Nauczyciel przygotowuje na lekcję trzy zestawy zadań, zadania łatwe, średnie i trudne, w każdym zestawie znajdują się po trzy zadania. Informuje uczniów, że praca na lekcji będzie się odbywać na trzech poziomach. Uczniowie sami będą mogli zdecydować, w której grupie chcą pracować.

Nauczyciel prezentuje uczniom przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań łatwych oraz przykładowe zadanie, które może znaleźć się w zestawie zadań o średnim poziomie trudności.

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:



**Zadanie 1**<sup>26</sup>

Spośród podanych liczb wypisz liczby podzielne:

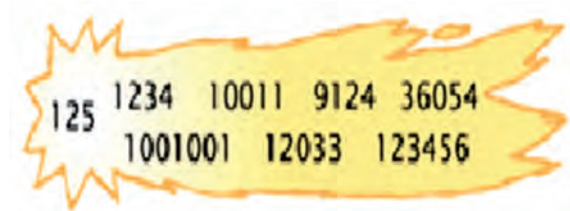
- przez 2,
- przez 5,
- przez 10,
- przez 100.

<sup>26</sup> Matematyka z plusem 5 podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej. M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 51.

**Zadanie 2<sup>27</sup>**

Nie wykonując dzielenia, rozstrzygnij, która z poniższych liczb jest podzielna przez 4.

1242    764    508    317    696    72518    1247

**Zadanie 3<sup>28</sup>**

Wśród podanych liczb obok odzyskaj liczby podzielne:

- a) przez 3
- b) przez 9.

Karta odpowiedzi

Zadanie 1.

- a. 10,48, 3008,112, 620,678,956, 2328, 3580, 7604, 934564, 1050000
- b. 10, 95, 620, 3580, 1050000
- c. 10, 620, 3580, 1050000
- d. 1050000

Zadanie 2.

508, 696, 12472, 764

Zadanie 3.

- a. 1001001, 10011, 12033, 36054, 123456
- b. 12033, 36054

**Część 2**

Po rozwiązaniu zadań wspólnie na tablicy nauczyciel prosi uczniów, aby zdecydowali, w której grupie chcą pracować. Każdy uczeń ma mieć po zakończeniu lekcji rozwiązane trzy zadania w swoim zeszyt przedmiotowym. Po rozwiązaniu zadania uczniowie samodzielnie sprawdzają poprawność wyniku w karcie odpowiedzi.

<sup>27</sup> Tamże, s. 51.

<sup>28</sup> Tamże, s. 53.

## Załącznik nr 1

## Zestaw zadań o małym poziomie trudności ★

75	130	61	19
48		3500	
60	300	7	34

Zadanie 1<sup>29</sup>

Spośród podanych liczb wypisz wszystkie liczby podzielne:

a) przez 2: .....

b) przez 5: .....

c. przez 10: .....

d. przez 100: .....

e. przez 4: .....

Zadanie 2<sup>30</sup>

Wpisz takie cyfry, aby otrzymane liczby były:

a) podzielne przez 3:

2 □ 5    4 □ 1    73 □    6 □ □ 0

b) podzielne przez 9:

2 □ 5    4 □ 1    73 □    6 □ □ 0

Zadanie 3<sup>31</sup>

Wypisz pięć liczb podzielnych przez 4 większych od 100.

## Karta odpowiedzi

Zadanie 1.

a. 48, 130, 3500, 34, 60, 300

b. 130, 75, 3500, 60, 300

c. 130, 60, 300, 3500

d. 300, 3500

e. 48, 60, 300, 3500

Zadanie 2.

a. przez 3: 225, 411, 732, 735, 6000

b. przez 9: 225, 441, 738, 6300

Zadanie 3.

np.: 120, 144, 200,

220, 400

<sup>29</sup> Matematyka z plusem 5. ćwiczenia dla klasy piątej szkoły podstawowej wersja C. Z.Bołalek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 19.

<sup>30</sup> Tamże, s. 20.

<sup>31</sup> Tamże, s. 20.

## Załącznik nr 2

## Zadania o średnim poziomie trudności ★★

Zadanie 1<sup>32</sup>

Wpisz liczby do odpowiednich worków. Uwaga: niektóre liczby trzeba wpisać do kilku worków.

Zadanie 2<sup>33</sup>

Przeczytaj ogłoszenie zamieszczone obok i ustal, jaka liczba zaginęła w Biurze Numerów.

## Zadanie 3

Używając tylko cyfr 0, 4 i 7, wypisz wszystkie liczby trzycyfrowe podzielne przez 2. Cyfry nie mogą się powtarzać.

## Karta odpowiedzi

## Zadanie 1.

przez 5: 5, 20, 45, 30, 40, 15

przez 2: 2, 4, 6, 8, 30, 16, 34, 12, 40, 20, 36

przez 3 i nie podzielne przez 2: 3, 9, 15, 45

przez 10: 20, 30, 40

przez 2 i niepodzielne przez 3: 2, 4, 8, 16, 20, 34, 40

<sup>32</sup> *Matematyka z plusem 5. ćwiczenia dla klasy piątej szkoły podstawowej wersja C.* Z.Bołałek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 19.

<sup>33</sup> *Matematyka z plusem 5 podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 53.

Zadanie 2.

9540

Zadanie 3.

740, 470, 704

### Załącznik nr 3

#### Zestaw zadań o wysokim poziomie trudności ★★☆☆

##### Zadanie 1

Zapisz wszystkie liczby czterocyfrowe podzielne przez 6, używając tylko cyfr 0, 1 lub 2.

##### Zadanie 2

Jaką cyfrą należy zastąpić ● w liczbie 52●4, aby otrzymana liczba była podzielna przez 12?

##### Zadanie 3<sup>34</sup>

- Podaj przykłady liczby trzycyfrowej podzielnej przez 3 i przez 5. Sprawdź, czy liczba ta jest podzielna przez 15.
- Sprawdź, nie wykonując dzielenia, czy liczby: 96, 120, 5703, 4105 są podzielne przez 15.

#### Karta odpowiedzi:

Zadanie 1.

1002, 2100, 2010, 1200, 1020

Zadanie 2.

4

Zadanie 3.

- 405
- 20, 5703

### **Bibliografia**

- M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, *Matematyka z plusem 5*. Podręcznik, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.
- Z. Bolałek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki, *Matematyka z plusem 5. Ćwiczenia*. Wersja C, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

*Opracowała Iwona Bzdęga*

<sup>34</sup> *Matematyka z plusem 5 podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej*. M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 54



## SCENARIUSZ LEKCJI 8

### TEMAT: Pole prostokąta i kwadratu

**KLASA:** IV

#### CELE LEKCJI:

Uczeń:

- oblicza kwadraty liczb naturalnych
- oblicza pole kwadratu i pole prostokąta
- zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości oraz jednostki pola
- oblicza pole kwadratu i prostokąta na podstawie danej długości boków
- oblicza bok kwadratu, znając jego pole
- oblicza bok prostokąta, znając jego pole i długość drugiego boku
- rozwiązuje zadania z treścią z wykorzystaniem umiejętności obliczania pola prostokąta i kwadratu

#### METODY I FORMY PRACY:

- praca indywidualna
- praca grupowa
- lekcja odwrócona

#### MATERIAŁY:

- [pole kwadratu i prostokąta – wprowadzenie #1 \[Pola figur – wprowadzenie / Prostokąty i kwadraty\] – Bing video](#)
- podręcznik „Matematyka 4 z plusem”
- ćwiczenia „Matematyka z 4 plusem”
- matematyka WSiP (podręcznik)

#### PRZEBIEG LEKCJI:

Uczniowie przed lekcją oglądają film [Pole kwadratu i prostokąta – wprowadzenie #1 \[Pola figur – wprowadzenie / Prostokąty i kwadraty\] – Bing video](#)<sup>35</sup>, następnie wykonują dwa ćwiczenia samodzielnie.



#### Zadanie 1<sup>36</sup>

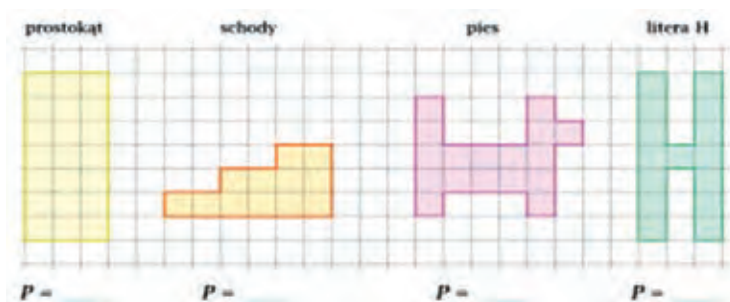
Jędrzek maluje dwie deseczki. Więcej farby zużyje do pomalowania deseczki .....

<sup>35</sup> Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

<sup>36</sup> Tamże.

**Zadanie 2**<sup>37</sup>

Jakie jest pole każdej z narysowanych figur, jeśli za jednostkę przyjmujemy pole jednej kratki? Która z figur ma najmniejsze, a która największe pole?



Najmniejsze pole ma figura .....

Największe pole ma figura .....

Karta odpowiedzi do zadań

Zadanie 1.

deseczka A

Zadanie 2.

najmniejsze pole schody, największe – prostokąt

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:

**Zadanie 1**<sup>38</sup>

Pokój Ali ma kształt prostokąta o wymiarach 6 m i 3 m. Pokój Wojtka ma kształt kwadratu o boku długości 4 m. Który pokój ma większą powierzchnię?

**Zadanie 2**<sup>39</sup>

Pan Edek wycenił ułożenie 1 m<sup>2</sup> terakoty na 35 zł. Ile pieniędzy dostanie pan Edek za ułożenie terakoty w kuchni, której podłoga jest w kształcie prostokąta o wymiarach 3 m x 4 m?

<sup>37</sup> *Matematyka 4 z plusem, ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 116.

<sup>38</sup> *Matematyka 4 z plusem, podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 212.

<sup>39</sup> Tamże, s. 212.

Tafla szkła na lustro  
kosztuje 13 zł za  $100 \text{ cm}^2$

**Zadania 3<sup>40</sup>**

Oblicz koszt tafli szkła na lustro w kształcie kwadratu o boku długości:

- a) 20 cm
- b) 30 cm

**Zadanie 4<sup>41</sup>**

Pomalowanie kwadratowej ściany o wymiarach 3 m x 3 m kosztowało 360 zł. Ile kosztowało pomalowanie  $1 \text{ m}^2$  ściany?

**Zadanie 5<sup>42</sup>**

Opakowanie nasion do trawy wystarcza na obsianie  $50 \text{ m}^2$  trawnika. Ile potrzeba takich opakowań na obsianie trawą działki o wymiarach 20 m x 20 m?

Karta odpowiedzi do zadań

Zadanie 1.

pokój Ali

Zadanie 2.

420 zł

Zadanie 3.

- a. 52 zł
- b. 117 zł

Zadanie 4.

40 zł

Zadanie 5.

8

<sup>40</sup> *Matematyka 4, podręcznik dla klasy 4 szkoły podstawowej.* Barbara Dubiecka-Kruk, Piotr Piskorski, Agnieszka Gleirscher, Ewa Malicka, Ewa Pytlak. WSiP, Warszawa 2017, s. 242.

<sup>41</sup> Tamże, s. 242.

<sup>42</sup> Tamże, s. 242.

**Bibliografia:**

- M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.
- M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.
- A. Gleirscher, B. Dubiecka-Kruk, P. Piskorski, Matematyka 4 podręcznik, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2017.
- Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

*Opracowała: Iwona Bzdęga*

## SCENARIUSZ LEKCJI 9

### TEMAT: Kolejność wykonywania działań

**KLASA:** IV

**CELE LEKCJI:**

- kształtowanie umiejętności myślenia i formułowania wypowiedzi, wniosków
- pobudzanie aktywności poprzez zadania
- kształtowanie języka matematycznego
- zna nazwy elementów działań
- zna potrzebę stosowania kolejności wykonywania działań

**METODY I FORMY PRACY:**

- lekcja odwrócona
- grupowa
- indywidualna

**MATERIAŁY:**

- <https://www.youtube.com/watch?v=nJA54n6HuMY>
- podręcznik „Matematyka 4 z plusem”
- ćwiczenia „Matematyka 4 z plusem”

**PRZEBIEG LEKCJI:**

Uczniowie przed lekcją oglądają film <https://www.youtube.com/watch?v=nJA54n6HuMY><sup>43</sup>, następnie wykonują ćwiczenia na platformie Matzoo samodzielnie: [http://www.matzoo.pl/klasa4/dodawanie-i-mnozenie-kolejnosc-dzialan\\_18\\_72](http://www.matzoo.pl/klasa4/dodawanie-i-mnozenie-kolejnosc-dzialan_18_72)

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:

**Zadanie 1**<sup>44</sup>

Połącz działania z wynikami.

$20 - 9 + 7$       2      50       $20 - (9 + 7)$   
 $100 : (10 : 5)$       18      4       $100 : 10 : 5$   
 $40 : (4 \cdot 2)$       20      5       $40 : 4 \cdot 2$

<sup>43</sup> Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

<sup>44</sup> *Matematyka 4 z plusem, ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 21.

**Zadanie 2**

Oblicz, pamiętając o kolejności wykonywania działań.

a)  $45 - 28 + 59 =$

b)  $36 : 3 \cdot 2 =$

c)  $2^3 + 4^2 =$

d)  $97 - (61 - 19) : 7 + 14 \cdot 5 =$

e)  $4 \cdot 3^3 - 2^2 =$

**Zadanie 3<sup>45</sup>**

Zapisz i wykonaj działania.

a) Sumę liczb osiem i siedem pomnóż przez dziesięć.

$$\boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{00}}$$

b) Różnicę liczb sto i dwadzieścia osiem podziel przez dziewięć.

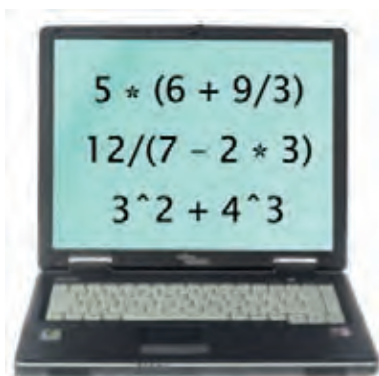
$$\boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{00}}$$

c) Do iloczynu liczb pięć i sześć dodaj iloczyn liczb trzy i osiem.

$$\boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{00}}$$

d) Od iloczynu liczb osiem i sześć odejmij trzydzieści dziewięć.

$$\boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{00}}$$

**Zadanie 4<sup>46</sup>**

Wpisując działanie na komputerze, używa się nieco innych znaków.

Na przykład wyrażenie  $(4 \cdot 2^3 + 4) : 3$

zapisujemy tak:  $(4*2^3+4)/3$

Jakie działania widać na monitorze?

Wykonaj obliczenia.

**Zadanie 5<sup>47</sup>**

Oblicz

a)  $2^3 + 3^2 + 4^2 =$

<sup>45</sup> Matematyka 4 z plusem, ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej. M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 22.

<sup>46</sup> Matematyka 4 z plusem, podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej. M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 46.

<sup>47</sup> Tamże, s. 46.

b)  $5^2 * 4 - 7^2 * 2 =$

c)  $3*(4 + 2)^2 =$

$$1 = 4 : 4 + 4 - 4$$

$$5 = (4 \cdot 4 = 4) : 4$$

**Zagadka**<sup>48</sup>

Przyjrzyj się równościom zamieszczonym obok. Liczby 1 i 5 zapisano tutaj za pomocą czterech czwórek oraz znaków działań i nawiasów.

Zapisz za pomocą czwórek pozostałe liczby jednocyfrowe. Spróbuj to zrobić, używając za każdym razem 4 czwórek.

**Karta odpowiedzi do zadań:**

Zadanie 2.

- a. 76
- b. 24
- c. 24
- d. 161
- e. 104

Zadanie 3.

- a.  $(8 + 7) * 10 = 150$
- b.  $(100 - 28) : 9 = 8$
- c.  $5 * 6 + 3 * 8 = 54$
- d.  $8 * 6 - 39 = 9$

Zadanie 4.

- $5 * (6 + 9 : 3) = 45$
- $12 : (7 - 2 * 3) = 12$
- $32 + 43 = 73$

Zadanie 5.

- a. 33
- b. 2
- c. 108.

Zagadka:

- $0 = 4 + 4 - 4 - 4$
- $2 = 4 : 4 + 4 : 4$
- $3 = (4 + 4 + 4) : 4$
- $6 = (4 + 4) : 4 + 4$
- $7 = 4 + 4 - 4 : 4$
- $8 = 4 \cdot 4 : 4 + 4$
- $9 = 4 + 4 + 4 : 4$

***Bibliografia:***

M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, Matematyka z plusem 4. Podręcznik, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka z plusem 4. Ćwiczenia. Wersja C, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

*Opracowała: Iwona Bzdęga*

<sup>48</sup> Tamże, s. 46.

## SCENARIUSZ LEKCJI 10

**TEMAT:** Ułamki zwykłe i liczby mieszane – powtórzenie wiadomości

**KLASA:** V

### **CELE LEKCJI:**

Uczeń potrafi:

- zapisywać i odczytywać ułamki zwykłe
- podać interpretację graficzną ułamka zwykłego
- zamienić ułamek zwykły na liczbę mieszaną i odwrotnie
- rozróżniać ułamki właściwe i niewłaściwe
- czytać ze zrozumieniem tekst matematyczny
- tworzyć ułamki o podanych własnościach

### **METODY I FORMY PRACY:**

- praca indywidualna
- praca grupowa
- lekcja odwrócona

### **MATERIAŁY:**

- <https://pistacja.tv/film/mat00100-ulamki-wlasciwe-niewlasciwe-i-liczby-mieszane?playlist=66>
- <https://pistacja.tv/film/mat00101-zamiana-ulamka-niewlasciwego-na-liczbe-mieszana?playlist=66>
- <https://pistacja.tv/film/mat00102-zamiana-liczby-mieszanej-na-ulamek-niewlasciwy?playlist=66>
- podręcznik „Matematyka 5 z plusem”
- ćwiczenia „Matematyka 5 z plusem”

### **PRZEBIEG LEKCJI:**

Uczniowie przed lekcją oglądają filmy<sup>49</sup>:

- <https://pistacja.tv/film/mat00100-ulamki-wlasciwe-niewlasciwe-i-liczby-mieszane?playlist=66>
- <https://pistacja.tv/film/mat00101-zamiana-ulamka-niewlasciwego-na-liczbe-mieszana?playlist=66>
- <https://pistacja.tv/film/mat00102-zamiana-liczby-mieszanej-na-ulamek-niewlasciwy?playlist=66>

Następnie wykonują zadania samodzielnie.

<sup>49</sup> Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

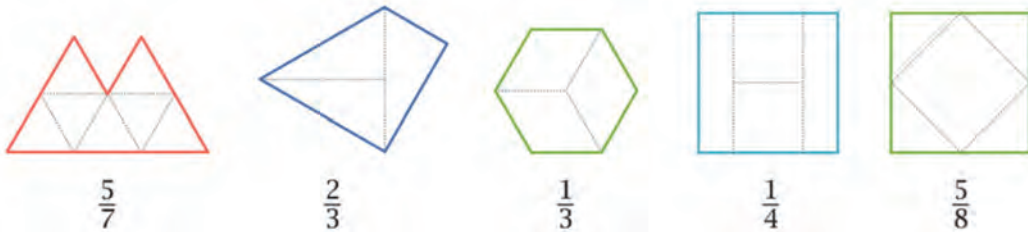


**Zadanie 1**<sup>50</sup>

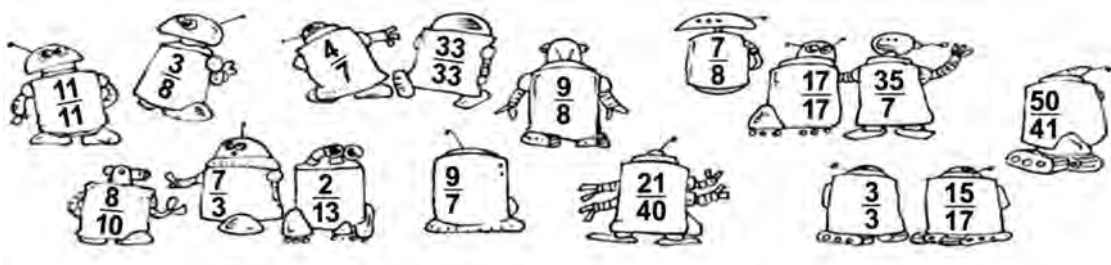
Zapisz za pomocą ułamków, jakie części figury zostały zamalowane.

**Zadanie 2**<sup>51</sup>

Pokoloruj odpowiednie części figur.

**Zadanie 3**<sup>52</sup>

Pokoloruj na żółto ułamki właściwe, a na zielono ułamki niewłaściwe.

**Zadanie 4**<sup>53</sup>

Uzupełnij.



<sup>50</sup> *Matematyka z plusem 5, ćwiczenia dla klasy piątej szkoły podstawowej wersja C.* Z.Bołałek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 26.

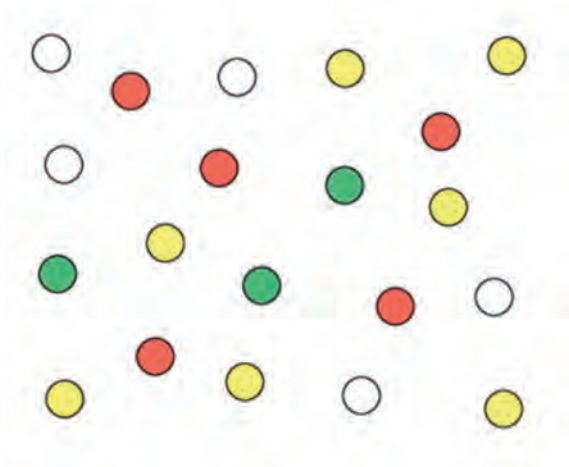
<sup>51</sup> *Matematyka z plusem 5, ćwiczenia dla klasy piątej szkoły podstawowej wersja C.* Z.Bołałek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 26.

<sup>52</sup> *Matematyka z plusem 5 podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 27.

<sup>53</sup> Tamże, s. 28.



Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:



#### Zadanie 1<sup>54</sup>

Na rysunku zamalowano niektóre kółka. Zapisz za pomocą ułamka:

- jaką część wszystkich kółek stanowią kółka czerwone, a jaką – żółte,
- jaką część zamalowanych kółek stanowią kółka czerwone, a jaką – zielone.

KLUB TANECZNY <i>Cha-Cha</i>			
	11 lat	12 lat	13 lat
Liczba dziewcząt	5	7	9
Liczba chłopców	3	2	5

#### Zadanie 2<sup>55</sup>

Do klubu Cha-cha należą dzieci w wieku od 11 do 13 lat.

- Jaką część liczby dzieci należących do klubu stanowią dziewczęta, a jaką chłopcy?
- Jaką część liczby dziewcząt stanowią dwunastolatki?

#### Zadanie 3<sup>56</sup>

Podaj odpowiedź w postaci ułamków zwykłych lub liczb mieszanych.

- 7 mm jaka to część centymetra? 2 cm 9 mm – ile to centymetrów?
- 27 dag – jaka to część kilograma? 2 kg 5 dag – ile to kilogramów?
- 4 doby – jaka to część tygodnia? 3 tygodnie i 4 doby – ile to tygodni?
- 29 minut – jaka to część godziny? 3 godziny 7 minut – ile to godzin?

<sup>54</sup> Tamże, s. 70.

<sup>55</sup> *Matematyka z plusem 5, podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 70.

<sup>56</sup> Tamże, s. 71.

**Zadanie 4<sup>57</sup>**

Podróżnicy pokonali 75km w ciągu trzech dni. Pierwszego dnia przeszli 21 km, a drugiego tylko 13km. Jaką część całej trasy przeszli pierwszego dnia, jaką drugiego, a jaką trzeciego?

**Zadanie 5<sup>58</sup>**

Zamień na ułamki niewłaściwe.

a)  $3\frac{1}{5}$ ,  $5\frac{4}{5}$

c)  $4\frac{5}{9}$ ,  $5\frac{8}{9}$

e)  $10\frac{1}{3}$ ,  $20\frac{2}{3}$

b)  $7\frac{3}{10}$ ,  $2\frac{9}{10}$

d)  $8\frac{1}{7}$ ,  $9\frac{6}{7}$

f)  $100\frac{1}{10}$ ,  $50\frac{9}{10}$

**Zagadka<sup>59</sup>**

W akwarium pływa 45 rybek – 21 gupików, 12 neonek i pielęgniczki. Wpuszczono jeszcze 3 pielęgniczki. Jaką część liczby wszystkich rybek stanowią pielęgniczki?

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

- a. czerwone  $\frac{5}{20}$ , żółte  $\frac{7}{20}$
- b. czerwone  $\frac{5}{15}$ , zielone  $\frac{3}{15}$

Zadanie 2.

- a.  $\frac{21}{31}$  dziewczęta,  $\frac{10}{31}$  chłopcy
- b.  $\frac{7}{21}$

Zadanie 3.

- a.  $\frac{7}{10}$  cm, 2 i  $\frac{9}{10}$  cm
- b.  $\frac{27}{100}$  kg, 2 i  $\frac{5}{100}$  kg
- c.  $\frac{4}{7}$  tygodnia, 3 i  $\frac{4}{7}$  tygodni
- d.  $\frac{29}{60}$  godz., 3 i  $\frac{7}{60}$  godz

Zadanie 4.

$$\frac{21}{75}, \frac{13}{75}, \frac{41}{75}$$

<sup>57</sup> Tamże, s. 71.

<sup>58</sup> Tamże, s. 71.

<sup>59</sup> Tamże, s. 71.

Zagadka:

15/48

**Bibliografia:**

M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, Matematyka z plusem 5. Podręcznik, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

Z. Bolałek, M. Dobrowolska, A. Mysior, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka z plusem 5. Ćwiczenia. Wersja C, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

Pi-stacja Matematyka <http://pistacja.tv>.

*Opracowała: Iwona Bzdęga*

## SCENARIUSZ LEKCJI 11

**TEMAT: Utrwalenie działań na liczbach naturalnych. Rozwiązywanie zadań z treścią**

**KLASA:** IV

**CELE LEKCJI:**

- uczeń zna algorytmy pisemnego dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb naturalnych
- uczeń potrafi obliczyć pisemnie wartości wyrażeń arytmetycznych
- uczeń zna i potrafi zastosować kolejność działań
- uczeń rozwiąże zadanie tekstowe z zastosowaniem działań na liczbach naturalnych

**METODY I FORMY PRACY:**

- praca indywidualna
- praca grupowa
- lekcja rotacyjna

**MATERIAŁY:**

- podręcznik „Matematyka 4 z plusem”
- ćwiczenia „Matematyka 4 z plusem”

PRZEBIEG LEKCJI:

### Część 1

Nauczyciel przygotowuje na lekcję trzy zestawy zadań, zadania łatwe, średnie i trudne, w każdym zestawie znajdują się po cztery zadania. Informuje uczniów, że praca na lekcji będzie się odbywać na trzech poziomach. Uczniowie sami będą mogli zdecydować, w której grupie chcą pracować.

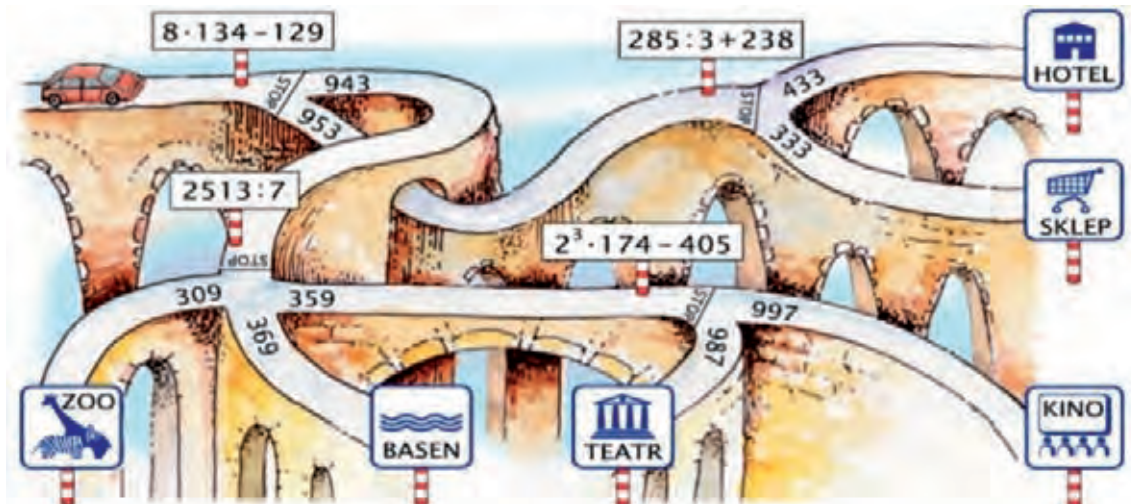
Nauczyciel prezentuje uczniom przykładowe zadanie, które może się znaleźć w zestawie zadań łatwych oraz przykładowe zadanie, które może znaleźć się w zestawie zadań o średnim poziomie trudności.

Zadania do wspólnego rozwiązania na lekcji:

### Zadanie 1<sup>60</sup>

Kierowca samochodu wybiera drogi oznaczone prawidłowymi wynikami. Dokąd dojedzie ten kierowca?

<sup>60</sup> *Matematyka 4 z plusem, podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 107.



### Zadanie 2<sup>61</sup>

Do nagrody w loterii fantowej zakupiono 35 długopisów i 15 piórników. Długopisy były po 13 zł, a piórniki po 27 zł. Ile kosztowały nagrody?

### Zadanie 3<sup>62</sup>

Siedemnaście jednakowych skrzynek z wiśniami waży razem 306 kg. W każdej skrzynce jest 16 kg wiśni. Ile waży pusta skrzynka?

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

do teatru

Zadanie 2.

860 zł

Zadanie 3.

2 kg

### Część 2

Po rozwiązaniu zadań wspólnie na tablicy nauczyciel prosi uczniów, aby zdecydowali, w której grupie chcą pracować. Każdy uczeń miał po zakończeniu lekcji rozwiązane co najmniej trzy zadania w swoim zeszyte przedmiotowym. Po rozwiązaniu zadania uczniowie samodzielnie sprawdzają poprawność wyniku w karcie odpowiedzi.

<sup>61</sup> Tamże, s. 107.

<sup>62</sup> Tamże, s. 107.

## Załącznik nr 1

## Zestaw zadań o niskim poziomie trudności ★

Zadanie 1<sup>63</sup>

W trzech etapach rajdu samochodowego uczestnicy pokonali następujące odległości: 1250 km, 723 km, 1235 km. Ile kilometrów liczyła trasa tego rajdu?

Zadanie 2<sup>64</sup>

Pani Zofia kupiła książkę za 84zł i pióro za 87 zł. Zapłaciła za zakupy banknotem o nominale 200 zł. Ile reszty powinna otrzymać?

Zadanie 3<sup>65</sup>

Hurtownia zamówiła 1674 kg owoców, które dostarczono w ciągu trzech dni. Pierwszego dnia przywieziono 548 kg, drugiego – 495 kg. Ile kilogramów owoców przywieziono trzeciego dnia?

Zadanie 4<sup>66</sup>

Na wadze są 3 duże pudełka i 8 małych. (zob. rysunek obok)  
Jedno pudełko waży 25 g. Ile waży duże pudełko?

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

3208 km

Zadanie 2.

29 zł

Zadanie 3.

631 kg

Zadanie 4.

84g

## Załącznik nr 2

## Zestaw zadań o średnim poziomie trudności ★★

Zadanie 1<sup>67</sup>

Właściciel restauracji dokupił 3 nowe stoły i 7 krzeseł. Rachunek wyniósł 1211zł. Jeden stół kosztował 175zł. Ile kosztowało jedno krzesło?

<sup>63</sup> *Matematyka 4 z plusem, ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 46.

<sup>64</sup> Tamże, s. 46.

<sup>65</sup> Tamże, s. 46.

<sup>66</sup> Tamże, s. 46.

<sup>67</sup> *Matematyka 4 z plusem, podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 108.

**Zadanie 2**<sup>68</sup>

Rodzice Ani i Wojtka kupili namiot za 698 zł, dwa materace po 73 zł, jeden materac za 109 zł i cztery śpiwory po 63 zł. Ile zapłacili za te zakupy?

**Zadanie 3**<sup>69</sup>

Mama Natalii zamierza kupić nową pralkę. Pierwsza wpłata wynosi 460 zł. Pozostała kwota ma być spłacona w 12 miesięcznych ratach po 95 zł. Ile kosztuje ta pralka?

**Zadanie 4**<sup>70</sup>

Pan Wiesiek kupił w hurtowni 9 odtwarzaczy w cenie 1175 zł za sztukę. Udało mu się je wszystkie sprzedać. Obliczył, że przyniosły mu one 1485 zł zysku. Ile kosztował jeden odtwarzacz w sklepie pana Wieśka?

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

98 zł

Zadanie 2.

1205 zł

Zadanie 3.

1600 zł

Zadanie 4.

1340 zł

**Załącznik nr 3****Zestaw zadań o wysokim poziomie trudności** ★★ ★**Zadanie 1**<sup>71</sup>

Dźwięk rozchodzi się w wodzie morskiej z prędkością 1460 metrów na sekundę. Z łodzi podwodnej wysłano sygnał dźwiękowy, który odbił się od dna i wrócił po 5 sekundach od momentu wysłania. W jakiej odległości od dna znajduje się łódź podwodna?

**Zadanie 2**<sup>72</sup>

Pani Zofia kupiła do swojego sklepiku 19 kubków i 8 półmisek. Za wszystko zapłaciła 400 zł. Gdyby kupiła tylko kubki, ale za tę samą kwotę, to wystarczyłoby jej pieniędzy aż na 50 kubków. Ile kosztował jeden kubek, a ile – półmisek?

<sup>68</sup> Tamże, s. 108.<sup>69</sup> Tamże, s. 108.<sup>70</sup> *Matematyka 4 z plusem, ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej.* M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki. Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020, s. 46.<sup>71</sup> Tamże, s. 108.<sup>72</sup> Tamże, s. 108.



**Zadanie 3**<sup>73</sup>

Suma trzech liczb wynosi 790. Trzecia liczba jest 3 razy większa od drugiej i dwa razy mniejsza od pierwszej. Znajdź te liczby.

**Zadanie 4**<sup>74</sup>

Słynni zawodnicy sumo, Konishiki oraz Akebono, ważą razem 440 kg. Konishiki jest o 32 kg cięższy. Ile waży każdy z nich?

Karta odpowiedzi do zadań:

Zadanie 1.

3650 m

Zadanie 2.

kubek kosztował 8zł

półmisek – 31zł

Zadanie 3.

237, 79, 474

Zadanie 4.

Konishiki 236 kg

Akebono 204 kg

**Bibliografia:**

- M. Dobrowolska, M. Jucewicz, M. Karpiński, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Podręcznik dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.
- M. Dobrowolska, S. Wojtan, P. Zarzycki, Matematyka 4 z plusem. Ćwiczenia dla klasy czwartej szkoły podstawowej, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2020.

Opracowała: Iwona Bzdęga

<sup>73</sup> Tamże, s. 108.

<sup>74</sup> Tamże, s. 108.







ISBN 978-83-86566-68-6